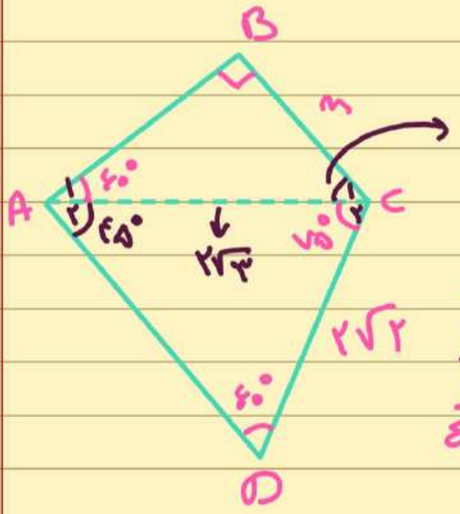
۱۹٫۷۵ آفرین

سارینا عابدینی

۱- $\hat{B}+\hat{C}=۱۲۰^\circ \xRightarrow{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ} \hat{A}=۶۰^\circ$ ②

$\frac{\overset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\cancel{\sin ۶۰}}}{۲۰}=\frac{\sin\hat{B}}{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}$ $\sin\hat{B}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\rightarrow \hat{B}=۴۵^\circ$ ✓ $\xRightarrow{B+C=۱۲۰^\circ} C=۷۵$ ✓

۲-



$\xrightarrow{}$ ۳۰°

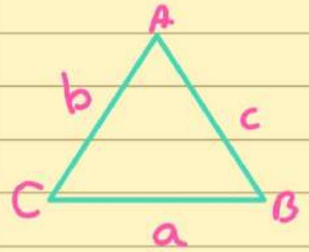
$\xRightarrow{A_1+B+C_1=۱۸۰^\circ} C_1=۶۰^\circ$ ②

$\xRightarrow{A_2+C_2+D=۱۸۰^\circ} A_2=۴۵^\circ$

$\frac{\overset{۲\sqrt{۲}}{\cancel{DC}}}{\underset{\sin ۴۵^\circ}{\cancel{\sin A_2}}}=\frac{AC}{\underset{\sin ۶۰^\circ}{\cancel{\sin D}}} \Longrightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{۲\sqrt{۳}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$

$AC\times \sin ۶۰^\circ = x \rightarrow ۲\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=③$ ✓

۳-



$(b^۲-۲)\frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}=c$ ②

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

$\Downarrow$

$b\frac{\sin C}{\sin B}=c \Rightarrow b^۲-۲=b \rightarrow b^۲-b-۲=۰$

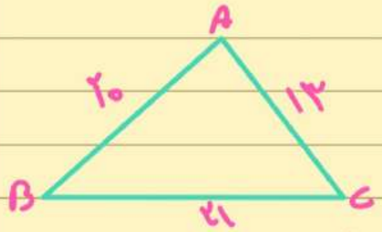
$a+c=b$ $\downarrow$ یکی از ریشه‌ها -۱ یکی از ریشه‌ها $-\frac{c}{a}$

$b=-۱$ و $b=۲$

★ اندازه‌ی ضلع نمی‌تواند منفی باشد پس: $b=۲$ ✓

سارینا عابدینی

۴-



$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

$۱۶۹ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۸۴۰(\cos\hat{B})$

②

$\cos\hat{B} = \frac{\cancel{۶۷۲}\ ۴}{\cancel{۸۴۰}\ ۵}$

$\sin^۲\hat{B} + \cos^۲\hat{B} = ۱$

$\sin^۲\hat{B} + \frac{۱۶}{۲۵} = ۱ \Longrightarrow \sin^۲B = \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow \sin\hat{B} = \frac{۳}{۵}$ ✓

۵-

الف) ②

$a^۲ = ۱۶ + ۴(۱+۳+۲\sqrt{۳}) - \left(۱۶(۱+\sqrt{۳})\ \frac{۱}{۲}\right)$

$a^۲ = ۱۶ + ۴ + ۱۲ + \cancel{۸\sqrt{۳}} - ۸ - \cancel{۸\sqrt{۳}} = ۲۴ \Longrightarrow a = ۲\sqrt{۶}$ ✓

ب)

$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} \Longrightarrow \frac{۲\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۴}{\sin\hat{B}}$

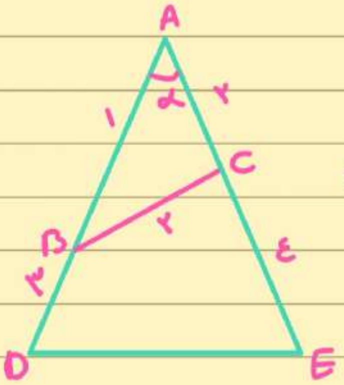
$\Downarrow$

$\sin\hat{B} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\hat{B} = ۴۵^\circ$ ✓

$\xrightarrow{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ} \hat{C} = ۷۵^\circ$ ✓

۶-



②

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

$۴ = ۴ + ۱ - ۴\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{۱}{۴}$

$(DE)^۲ = ۳۶ + ۱۶ - ۴۸\,(\overset{\frac{۱}{۴}}{\cancel{\cos\alpha}})$

$(DE)^۲ = ۴۰ \rightarrow DE = ۲\sqrt{۱۰}$ ✓

سارینا عابدینی

۷-

الف) ②

$a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}-۲bc\cos\hat{A}$

$(BC)^{۲}=۶۴+۲۵-۸۰(\frac{۱}{۲})\Rightarrow(BC)^{۲}=۴۹\Rightarrow BC=۷$

ب)

$S_{\Delta}=\frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A}\longrightarrow\frac{۱}{۲}\times۸\times۵\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۱۰\sqrt{۳}$ ✓

۸-

②

$a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}-۲bc\cos\hat{A}$

$$\frac{(b+c)^{۲}-a^{۲}}{bc(\cos\hat{A}+۱)}=\frac{\cancel{b^{۲}+c^{۲}}+\overbrace{۲bc\cancel{-c^{۲}-b^{۲}}+۲bc\cos\hat{A}}^{۲bc+۲bc\cos\hat{A}}}{bc(\cos\hat{A}+۱)}=\frac{۲bc(\cos\hat{A}+۱)}{bc(\cos\hat{A}+۱)}=۲$$ ✓

۹-

(۱,۷۵)

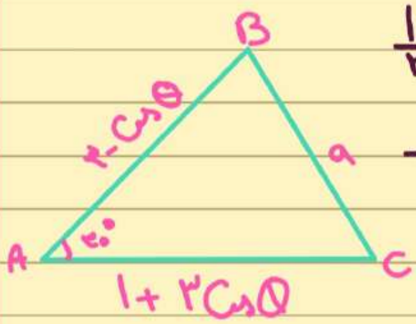
$\frac{a^{۳}+b^{۳}-c^{۳}}{a+b-c}=a^{۲}\longrightarrow\cancel{a^{۳}}+b^{۳}-c^{۳}=\cancel{a^{۳}}+a^{۲}b-a^{۲}c$

$b^{۳}-c^{۳}=a^{۲}b-a^{۲}c\xRightarrow{a\neq b\neq c}\cancel{(b-c)}(b^{۲}+c^{۲}+bc)=a^{۲}\cancel{(b-c)}$

$a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}+bc=b^{۲}+c^{۲}-۲bc\cos\hat{A}$

$۲\cos\hat{A}=۱\rightarrow\cos\hat{A}=\frac{۱}{۲}\rightarrow\cos\hat{A}=-\frac{۱}{۲}\rightarrow\hat{A}=۱۲۰^{\circ}$

۱۰-



$\frac{۱}{۲}\times(۱+۳\cos\theta)(۳-\cos\theta)\times\frac{۱}{۲}=۲$

$-۳\cos^{۲}\theta+۸\cos\theta-۵=۰\xRightarrow[m_{۱}=۱,\ m_{۲}=\frac{c}{a}]{a+b+c=۰}$ $\cos\theta=۱$; $\cos\theta=\frac{۵}{۳}$ ✗ غ ق ق $-۱\leq\cos\theta\leq۱$

$a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}-۲bc\cos\hat{A}$

$a^{۲}=۱۶+۴-۸\sqrt{۳}$

$a^{۲}=۲۰-۸\sqrt{۳}$ ✓