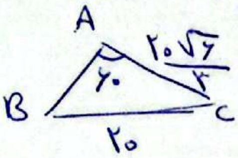
کیمیا امیری نیا   تکلیف ۱۳   ۲۰ آفرین   دوازدهم دختر B

①



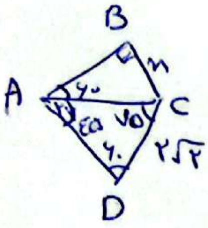
$\hat{B}+\hat{C}=۱۲۰ \rightarrow \hat{A}=۶۰°$

طبق قضیه سینوس ها : $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B} \rightarrow \frac{۲۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{\sin B}$

۲

$\rightarrow \sin B = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{۲۰} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \boxed{\hat{B}=۴۵°} \rightarrow \boxed{\hat{C}=۱۲۰-۴۵=۷۵°}$

②



$A۲ = ۱۸۰-۷۵-۶۰=۴۵°$

قضیه سینوس ها : $\frac{۲\sqrt{۲}}{\underset{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\sin ۴۵}}=\frac{AC}{\underset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\sin ۶۰}} \rightarrow AC = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = ۲\sqrt{۳}$

۲

$\sin ۶۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{x}{AC} = \frac{x}{۲\sqrt{۳}} \rightarrow x = \frac{۲\sqrt{۳}\times\sqrt{۳}}{۲} \boxed{=۳}$

③

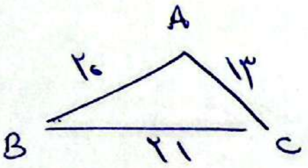
$(b^۲-۲)\frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}=c \rightarrow (b^۲-۲)\frac{\sin\hat{C}}{c.\sin\hat{B}}=۱ \rightarrow (b^۲-۲)\frac{\sin\hat{C}}{c}=\sin\hat{B} \rightarrow$

۲

$\frac{b^۲-۲}{b}\times\underbrace{\cancel{\frac{\sin\hat{C}}{c}}=\cancel{\frac{\sin\hat{B}}{b}}}_{\text{طبق قضیه سینوس ها برابرند}} \rightarrow \frac{b^۲-۲}{b}=۱ \rightarrow b^۲-۲=b \rightarrow b^۲-b-۲=۰$ → $b=-۱$ ✗ ، $\boxed{b=۲}$ ✓

طول اضلاع نمی تواند منفی باشد

④



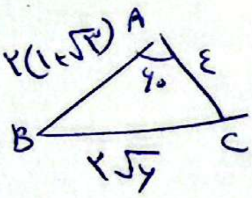
$\sin\hat{B}$?

$۱۳^۲=۲۰^۲+۲۱^۲-۲(۲۰)(۲۱)\cos\hat{B} \rightarrow ۱۶۹=۴۰۰+۴۴۱-۸۴۰\cos\hat{B}$

۲

$\rightarrow \cos\hat{B} = \frac{۴۰۰+۴۴۱-۱۶۹}{۸۴۰} = \frac{۸}{۱۰} \rightarrow \sin\hat{B}=\sqrt{۱-\cos^۲B} \boxed{=۰/۶}$

⑤



$\rightarrow a^۲ = ۴^۲+(۲+۲\sqrt{۳})^۲-۲(۴)(۲+۲\sqrt{۳})\cos ۶۰ \rightarrow \frac{۱}{۲}$

۲

$\rightarrow a^۲ = ۱۶+۴+۱۲+\cancel{۸\sqrt{۳}} - ۸ - \cancel{۸\sqrt{۳}} \rightarrow a^۲=۲۴ \rightarrow a=۲\sqrt{۶}$

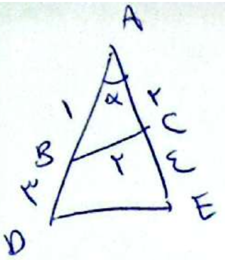
الف)

ب)

$\frac{۲\sqrt{۶}}{\underset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\sin ۶۰}}=\frac{۴}{\sin\hat{B}} \rightarrow \sin\hat{B}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۴}{۲\sqrt{۶}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \boxed{\hat{B}=۴۵°}$

$\hat{C}=۱۸۰-۶۰-۴۵ \boxed{=۷۵°}$

⑥



$\overset{\triangle}{ABC}: \cancel{AC^۲}\ BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲(AB)(AC)\cos\alpha$

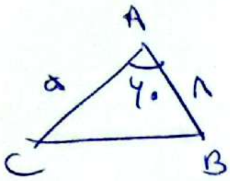
$\to ۴ = ۱ + ۴ - ۴\cos\alpha \to ۴\cos\alpha = ۱ \to \cos\alpha = \frac{۱}{۴}$

$\overset{\triangle}{ADE}: DE^۲ = AD^۲ + AE^۲ - ۲(AD)(AE)\cos\alpha$

$\to DE^۲ = ۱۶ + ۳۶ - ۴۸\left(\frac{۱}{۴}\right) \to DE^۲ = ۴۰ \to \boxed{DE = \sqrt{۴۰}}$

۲

⑦



$\to BC^۲ = ۵^۲ + ۸^۲ - ۲(۵)(۸)\frac{۱}{۲} \to BC^۲ = ۲۵ + ۶۴ - ۴۰$

$\to BC^۲ = ۴۹ \to \boxed{BC = ۷} \to$ الف)

۲

ب)

$S_{ADC} = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۸ \times \sin \overset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۶۰} = \boxed{۱۰\sqrt{۳}}$

⑧

قضیه کسینوس‌ها

$$\frac{(b+c)^۲ - a^۲}{bc(\cos\hat{A}+۱)} = \frac{b^۲+c^۲+۲bc-a^۲}{bc(\cos\hat{A}+۱)} = \frac{b^۲+c^۲+۲bc-b^۲-c^۲+۲bc\cos\hat{A}}{bc(\cos\hat{A}+۱)}$$

۲

$$= \frac{۲\cancel{bc}\cancel{(۱+\cos\hat{A})}}{\cancel{bc}\cancel{(۱+\cos\hat{A})}} \boxed{= ۲}$$

⑨

$\frac{a^۳+b^۳-c^۳}{a+b-c} = a^۲ \to \cancel{a^۳}+b^۳-c^۳ = \cancel{a^۳} + a^۲(b-c)$

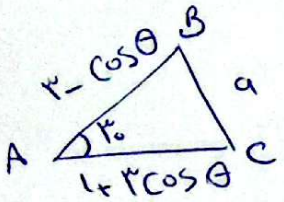
۲

$\to \cancel{(b-c)}(b^۲+c^۲+bc) = a^۲\cancel{(b-c)} \to \left.\begin{array}{l} a^۲ = b^۲+c^۲+bc \\ a^۲ = b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A} \end{array}\right\}$

قضیه کسینوس‌ها

$\to bc = -۲bc\cos\hat{A} \to \boxed{\cos\hat{A} = \frac{-۱}{۲}} \to$

⑩



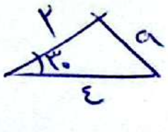
$a^۲ = ?$

$S_{ABC} = ۲ = \frac{۱}{۲}\times(۱+۳\cos\theta)(۳-\cos\theta)\times\sin ۳۰$

۲

$\to \frac{۱}{۴}(۳ - ۳\cos^۲\theta + ۹\cos\theta - \cos\theta) = ۲ \to -۳\cos^۲\theta + ۸\cos\theta + ۳ = ۸$

$\to ۳\cos^۲\theta - ۸\cos\theta + ۵ = ۰$ $\to \cos\theta = ۱$ ✓ ; $\to \cos\theta = \frac{۵}{۳}$ ×



$a^۲ = ۲^۲ + ۴^۲ - ۲(۲)(۴)\underset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\cos ۳۰} \to \boxed{a^۲ = ۲۰ - ۸\sqrt{۳}}$