صباوفازاده تکلیف شماره ۱۳ دوازدهم دختر B — ۲۰ آفرین

۱)
$BC=a \quad AC=b \quad \hat{B}+\hat{C}=120 \rightarrow \hat{A}=60^\circ \quad \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B} \quad \dfrac{20}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\frac{20\sqrt{6}}{3}}{\sin B} \quad \sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\hat{B}=45 \quad \hat{C}=120-45=75$

۲)
$\dfrac{AC}{\sin 60}=\dfrac{CD}{\sin A} \quad A=180-(60+75)=45 \quad \dfrac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad AC=2\sqrt{3} \quad x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times AC$

$x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{3}=3$

۳)
$(b^2-2)\dfrac{\sin C}{\sin B}=c \rightarrow \dfrac{\sin C}{c}=\dfrac{\sin B}{b^2-2}$ قضیه سینوس‌ها: $\dfrac{\sin C}{c}=\dfrac{\sin B}{b} \quad b^2-2=b$

$b^2-b-2=0 \quad \begin{cases} b=-1 \\ b=2 \end{cases}$ غ ق

۴)
$AC^2=AB^2+BC^2-2AB.BC.\cos B \quad 169=400+441-2\times 20\times 21\times \cos B \quad \cos B=\dfrac{16}{20}=\dfrac{4}{5}$

$\sin B=\dfrac{3}{5}$

۵)
الف) $a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A \quad a^2=16+16+8\sqrt{3}-2(2+2\sqrt{3})\times 4\times \dfrac{1}{2} \quad a^2=16+16+8\sqrt{3}-8-8\sqrt{3}$

$a^2=24 \rightarrow a=2\sqrt{6}$

ب) $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B} \quad \dfrac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{4}{\sin B} \quad \sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \quad B=45 \quad C=180-(45+60)=75$

۶)
$A\hat{B}C: \ BC^2=AC^2+AB^2-2AC\times AB\times \cos\alpha \quad 4=4+1-2\times 2\times 1\times \cos\alpha \quad \cos\alpha=\dfrac{1}{4}$

$A\hat{D}E: \ DE^2=AE^2+AD^2-2AE\times AD\times \cos\alpha \quad DE^2=36+16-2\times 6\times 4\times \dfrac{1}{4} \quad DE^2=40 \rightarrow DE=2\sqrt{10}$

۷)
الف) $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\times AC\times \cos A \quad BC^2=64+25-2\times 8\times 5\times \dfrac{1}{2} \quad BC^2=49 \rightarrow BC=7$

ب) $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB\times AC\times \sin A=\dfrac{1}{2}\times 8\times 5\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$

۸)
$\dfrac{b^2+c^2+2bc-a^2}{bc(\cos A+1)}=\dfrac{b^2+c^2+2bc-(b^2+c^2-2bc.\cos A)}{bc(\cos A+1)}=\dfrac{2bc+2bc.\cos A}{bc(\cos A+1)}=\dfrac{2bc(1+\cos A)}{bc(\cos A+1)}=2$

۹)
$a^3+b^3-c^3=a^3+a^2b-a^2c \quad b^3-c^3=a^2b-a^2c \quad (b-c)(b^2+bc+c^2)=a^2(b-c)$

$a^2=b^2+bc+c^2$

قضیه کسینوس‌ها: $a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A \ \Big\} \rightarrow bc=-2bc.\cos A \quad \cos A=-\dfrac{1}{2}$

۱۰)
$S=\dfrac{1}{2}\times AB\times AC\times \sin A \quad \dfrac{1}{2}\times(3-\cos\theta)(1+3\cos\theta)\times\dfrac{1}{2}=2 \quad -3\cos^2\theta+8\cos\theta-5=0$

$3\cos^2\theta-8\cos\theta+5=0 \quad (\cos\theta-\frac{5}{3})(\cos\theta-1)=0 \quad \begin{cases}\cos\theta=\frac{5}{3} \\ \cos\theta=1\end{cases}$ غ ق $\quad AB=2 \quad AC=4$

$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A \quad a^2=16+4-2\times 2\times 4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad a^2=20-8\sqrt{3}$