نام و نام خانوادگی ... پاسخنامه تشریحی تکمیلی ... کلاس ...

۱

$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}}$

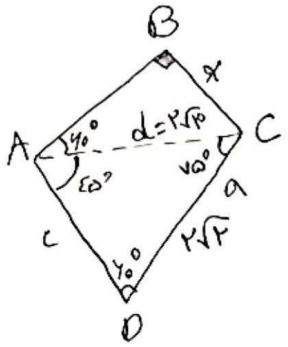
$\frac{۲۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\hat{B} < ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{B} = ۴۵^\circ$

$\hat{B} + \hat{C} = ۱۲۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۶۰^\circ$

$\Rightarrow \hat{C} = ۷۵^\circ$

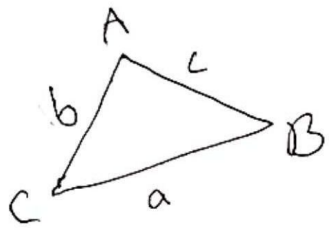
۲



$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{d}{\sin\hat{D}} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{d}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow d = ۲\sqrt{۳}$

$\sin۶۰^\circ = \frac{x}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}(۲\sqrt{۳}) = x = ۳$

۳



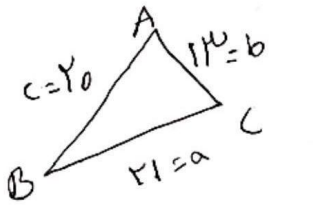
$(b^۲-۲)\frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}} = c \overset{*}{\Rightarrow} (b^۲-۲)\frac{c}{b} = c$

$\Rightarrow b - \frac{۲}{b} = ۱ \Rightarrow b^۲ - b - ۲ = ۰$

$\Rightarrow \boxed{b = ۲}$

$\frac{c}{\sin\hat{C}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}$ *

۴



$b^۲ = a^۲ + c^۲ - ۲ac\cos\hat{B}$

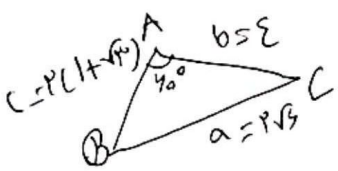
$۱۳^۲ = ۲۰^۲ + ۲۱^۲ - ۲(۲۰)(۲۱)\cos\hat{B}$

$۱۶۹ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۲(۲۰)(۲۱)\cos\hat{B}$

$-۴۷۲ = -۲(۲۰)(۲۱)\cos\hat{B}$

$\Rightarrow \cos\hat{B} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \sin\hat{B} = \frac{۳}{۵}$

۵



الف)

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

$= ۴^۲ + (۲(۱+\sqrt{۳}))^۲ - ۲(۴)(۲)(۱+\sqrt{۳})(\frac{۱}{۲})$

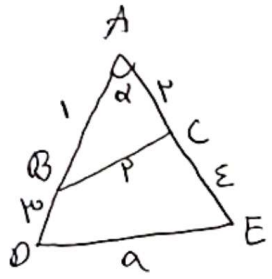
$a^۲ = ۲۴ = ۱۶ + ۱۶ + ۸\sqrt{۳} - ۸ - ۸\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۲\sqrt{۶}$

ب)

$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۴}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\overset{\hat{A}=۶۰^\circ}{\underset{\hat{B}<۹۰^\circ}{\Rightarrow}} \hat{B} = ۴۵^\circ$

$\hat{C} = ۷۵^\circ$

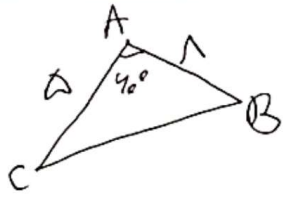


$$۲^۲=۲^۲+۱^۲-۲(۱)(۲)\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha=\frac{۱}{۴}$$

$$a^۲=۴^۲+۶^۲-۲(۴)(۶)\left(\frac{۱}{۴}\right)$$

$$\Rightarrow a=۲\sqrt{۱۰}$$

۶



الف)

$$BC^۲=۵^۲+۸^۲-۲(۵)(۸)\cos۶۰^\circ$$

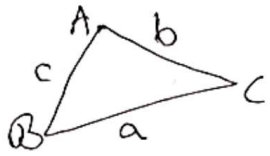
$$BC=۷$$

ب)

$$S_{A\hat{B}C}=\frac{۱}{۲}\times۵\times۸\times\sin۶۰=۱۰\sqrt{۳}$$

۷

$$\frac{(b+c)^۲-a^۲}{bc(\cos A+۱)}$$



$$\frac{b^۲+c^۲+۲bc-a^۲}{bc(\cos A+۱)} \overset{\star}{=} \frac{۲bc+۲bc\cos\hat{A}}{bc(\cos\hat{A}+۱)} \quad a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A} \star$$

$$=\frac{۲bc(۱+\cos\hat{A})}{bc(\cos\hat{A}+۱)}=۲$$

۸

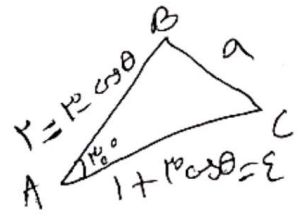
$$\frac{a^۳+b^۳-c^۳}{a+b-c}=a^۲ \Rightarrow a^۳+b^۳-c^۳=a^۳+ba^۲-ca^۲$$

$$(b-c)(b^۲+bc+c^۲)=a^۲(b-c)$$

$$\left.\begin{array}{l} a^۲=b^۲+c^۲+bc \\ a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\cos\hat{A}=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow \hat{A}=۱۲۰^\circ$$

۹



$$S_{ABC}=۲ \quad a^۲=۹$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}(۳-\cos\theta)(۱+۳\cos\theta)\sin۶۰^\circ=۲$$

$$۳\cos^۲\theta-۱\cos\theta+۵=۰ \longrightarrow \begin{cases} \cos\theta=۱ \\ \cos\theta=\frac{۵}{۳} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$۱<\cos\theta<۱$$

$$a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A}$$

$$a^۲=۳^۲+۴^۲-۲(۳)(۴)\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)=۲۵-۱۲\sqrt{۳}$$

۱۰