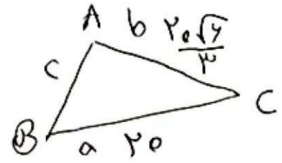
نام و نام خانوادگی ... آزمون پایانی ... پاسخنامه تشریحی تکمیلی ... کلاس ... ۲۰ آذرماه

۱



$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}}$

$\frac{۲۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

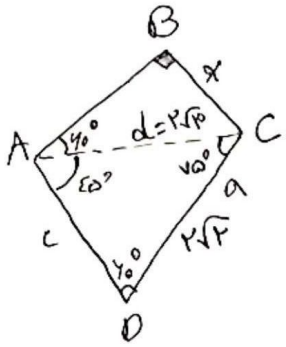
$\hat{B} < ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{B} = ۴۵^\circ$

$\hat{B} + \hat{C} = ۱۲۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۶۰^\circ$

$\Rightarrow \hat{C} = ۷۵^\circ$

۲

۲

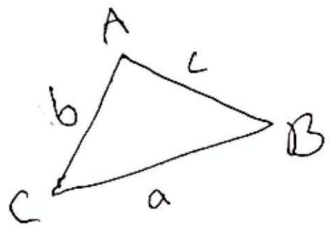


$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{d}{\sin\hat{D}} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{d}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow d = ۲\sqrt{۱۲}$

$\sin ۶۰^\circ = \frac{x}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}(۲\sqrt{۱۲}) = x = ۱۲$

۳

۲



$(b^۲ - ۲)\frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}} = c \overset{*}{\Rightarrow} (b^۲ - ۲)\frac{c}{b} = c$

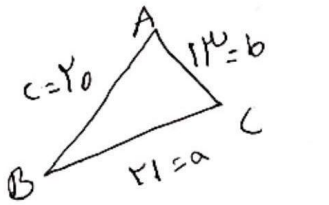
$\Rightarrow b - \frac{۲}{b} = ۱ \Rightarrow b^۲ - b - ۲ = ۰$

$\Rightarrow b = ۲$

$\frac{c}{\sin\hat{C}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}} \overset{*}{\Rightarrow}$

۴

۲



$b^۲ = a^۲ + c^۲ - ۲ac\cos\hat{B}$

$۱۳^۲ = ۲۰^۲ + ۲۱^۲ - ۲(۲۰)(۲۱)\cos\hat{B}$

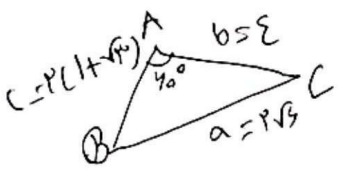
$۱۶۹ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۲(۲۰)(۲۱)\cos\hat{B}$

$۳۴۲ \times ۲۱ = ۲(۲۰)(۲۱)\cos\hat{B}$

$\Rightarrow \cos\hat{B} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \sin\hat{B} = \frac{۳}{۵}$

۴

۲



الف)

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

$= ۴^۲ + (۲(۱+\sqrt{۳}))^۲ - ۲(۴)(۲)(۱+\sqrt{۳})(\frac{۱}{۲})$

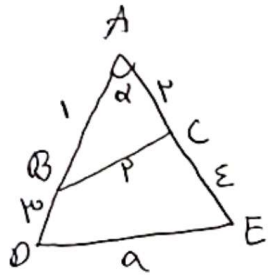
$a^۲ = ۲۴ = ۱۶ + ۱۶ + ۸\sqrt{۳} - ۸ - ۸\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۲\sqrt{۶}$

۵

$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۴}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

ب) $\overset{\hat{A}=۶۰^\circ}{\underset{B<۹۰^\circ}{\Rightarrow}} \hat{B} = ۴۵^\circ$

$\hat{C} = ۷۵^\circ$

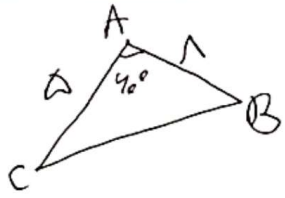


$۲^۲ = ۲^۲ + ۱^۲ - ۲(۱)(۲)\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{۱}{۴}$

$a^۲ = ۴^۲ + ۶^۲ - ۲(۴)(۶)(\frac{۱}{۴})$

$\Rightarrow a = ۲\sqrt{۱۰}$ ✓

۹



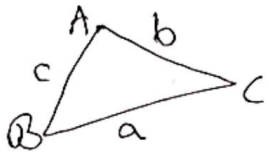
الف) $BC^۲ = ۵^۲ + ۸^۲ - ۲(۵)(۸)\cos۱۲۰°$

$BC = ۷$ ✓

ب) $S_{A\hat{B}C} = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۸ \times \sin۱۲۰ = ۱۰\sqrt{۳}$ ✓

۷

$\frac{(b+c)^۲ - a^۲}{bc(\cos A + ۱)}$



$\frac{b^۲ + c^۲ + ۲bc - a^۲}{bc(\cos A + ۱)} \overset{\star}{=} \frac{۲bc + ۲bc\cos\hat{A}}{bc(\cos\hat{A} + ۱)}$ $\quad a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$ ★

$= \frac{۲bc(۱ + \cos\hat{A})}{bc(\cos\hat{A} + ۱)} = ۲$ ✓

۸

$\frac{a^۳ + b^۳ - c^۳}{a + b - c} = a^۲ \Rightarrow a^۳ + b^۳ - c^۳ = a^۳ + ba^۲ - ca^۲$

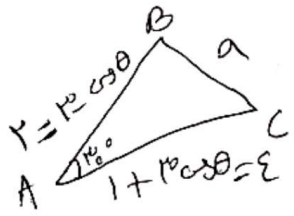
$(b-c)(b^۲ + bc + c^۲) = a^۲(b-c)$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ + bc$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$ $\Big\} \Rightarrow$

$\cos\hat{A} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \hat{A} = ۱۲۰°$ ✓

۹



$S_{ABC} = ۲ \quad a^۲ = ۹$

$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}(۳ - \cos\theta)(۱ + ۳\cos\theta)\sin۶۰° = ۲$

$۳\cos^۲\theta - ۱\cos\theta + ۵ = ۰$ → $\cos\theta = ۱$ (غ ق ق) ، $\cos\theta = \frac{۵}{۳}$ (غ ق ق) ، $-۱ < \cos\theta < ۱$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

$a^۲ = ۳^۲ + ۴^۲ - ۲(۳)(۴)(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = ۲۵ - ۱۲\sqrt{۳}$ ✓

۱۰