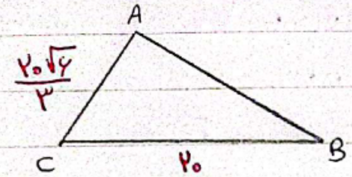
Date   No

عسل خبازیان   تکلیف ۱۳   دوازدهم دختر B



۱- چون $\hat{A}$ و $\hat{B}$ و $\hat{C}$ زوایای مثلث‌اند پس از ۱۸۰° کمترند و جمعشون ۱۸۰° است

$\underbrace{\hat{B}+\hat{C}}_{120^\circ}+\hat{A}=180^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$

طبق قضیه سینوس‌ها

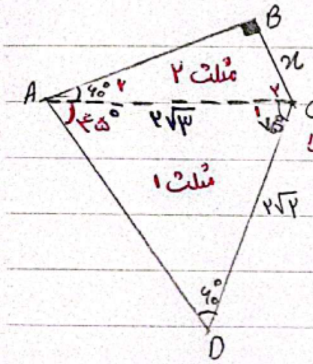
$\frac{CB}{\sin\hat{A}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \frac{20}{\sin 60}=\frac{20\sqrt6}{3\sin B} \Rightarrow 60\sin B=\frac{40\sqrt{18}}{2}$

$\sin B=\frac{\sqrt2}{2}$

$45^\circ=B$ ✓

$135^\circ=B$ ⟵ $60+135 > 180$ پس غ ق ق

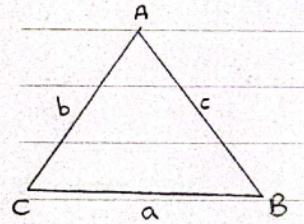
$45^\circ+\hat{C}=120 \Rightarrow \hat{C}=75^\circ$



۲- $\hat{C}_1+\hat{D}+\hat{A}_1=180$ $60+75+\hat{A}_1=180 \Rightarrow \hat{A}_1=45^\circ$

طبق قضیه سینوس‌ها $\frac{AC}{\sin\hat{D}}=\frac{CD}{\sin\hat{A}_1} \Rightarrow \frac{2AC}{\sqrt3}=\frac{2(2\sqrt2)}{\sqrt2} \Rightarrow AC=2\sqrt3$

$\sin\hat{A}_2=\frac{BC}{AC} \Rightarrow \underset{2\sqrt3}{AC}\ \underset{\frac{\sqrt3}{2}}{\sin\hat{A}_2}=BC$ $BC=3$

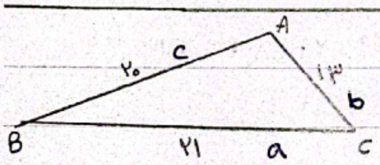


۳- از اونجا که توی این قضیه اومده پس باید سعی کنیم به قضیه سینوس‌ها تبدیلش کنیم $c=(b^2-2)\frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}$

$\frac{b^2-2}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}$ (طبق قضیه سینوس‌ها) $\Rightarrow \frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}} \Rightarrow \frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{b^2-2}{\sin\hat{B}}$ (کاش مشخص می‌بود)

$b^2-b-2=0 \Leftarrow b=b^2-2$

b: -1 (چون طول منفی نداریم غ ق ق)، $+2$ ✓



۴- چون با زاویه B کار داریم پس یه جوری باید قضیه کسینوس‌ها را بنویسیم که $\hat{B}$ باشه توش. از این قضیه می‌ریم چون فقط ضلع داریم و زاویه می‌خوایم

قضیه کسینوس‌ها: $a^2+c^2-2ac\cos\hat{B}=b^2$ $441+400-420\times\cos\hat{B}=169$

$841-2\times420\cos\hat{B}=169 \Rightarrow 2\times420\cos\hat{B}=672 \Rightarrow \cos\hat{B}=\frac{672}{2\times420}$

$\cos\hat{B}=\frac{16}{20}=0/8$ ⟸ من حفظم که وقتی $\cos B$ بوده ۰/۸، $\sin B$ میشه ۰/۶ ولی بازم می‌نویسم

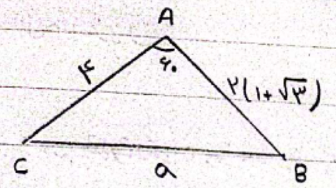
$\cos^2\hat{B}+\sin^2\hat{B}=1 \Rightarrow 0/64+\sin^2\hat{B}=1$

$\sin^2\hat{B}=0/36$

$\sin\hat{B}=0/6$

عسل خیازیان — تکلیف ۱۳ — دوازدهم دختر B

۵ - الف)



(توان ۲: $1+3+2\sqrt{3}$)

قضیه کسینوس‌ها $\Rightarrow 4(2(1+\sqrt{3}))(-2\cos 60)+(4)^2+(2(1+\sqrt{3}))^2=a^2$

$-(16+16\sqrt{3})\cos 60 \,(\tfrac{1}{2}) + 16 + 16 + 8\sqrt{3} = a^2$

$-8-8\sqrt{3}+32+8\sqrt{3}=a^2 \quad 24=a^2 \Rightarrow 2\sqrt{6}=a$

ب)

قضیه sin‌ها $\rightarrow \dfrac{a}{\sin\hat{A}}=\dfrac{b}{\sin\hat{B}}=\dfrac{c}{\sin\hat{C}} \Rightarrow \dfrac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{4}{\sin\hat{B}}=\dfrac{2+2\sqrt{3}}{\sin\hat{C}}$ (نیاز نیست)

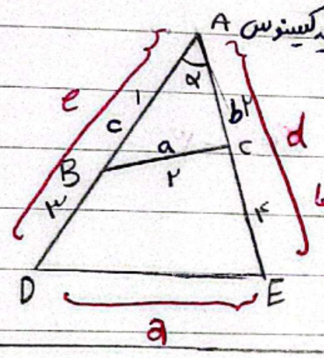
$4\sqrt{2}=\dfrac{4}{\sin\hat{B}}$

$\sin\hat{B}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ چون تو مثلثم زاویه ۶۰ بوده پس ۱۳۵ غ ق ق و فقط ۴۵ قبوله

$B=45^\circ$

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180 \quad (45+60) \quad \hat{C}=75^\circ$

۶-



قضیه کسینوس $\Rightarrow b^2+c^2-2bc\cos\alpha=a^2$

$(2)^2+(1)^2-2(2)(1)\cos\alpha=(2)^2$

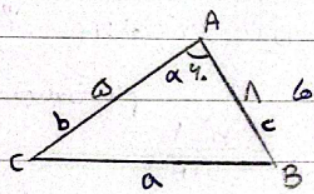
$1=4\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha=\dfrac{1}{4}$

قضیه کسینوس‌ها: $d^2+e^2-2de\cos\alpha=a^2$

$(6)^2+(4)^2-2(4)(6)(\tfrac{1}{4})=a^2$

$36+16-12=a^2 \Rightarrow 2\sqrt{10}=a$

۷- الف)



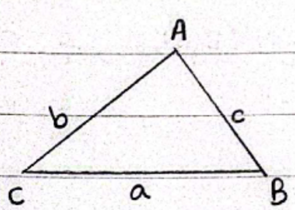
قضیه cos‌ها $\Rightarrow c^2+b^2-2cb\cos\alpha=a^2 \Rightarrow (8)^2+(5)^2-2(5)(8)(\tfrac{1}{2})=a^2$

$64+25-40=a^2 \Rightarrow a=7$

ب)

$S_{\hat{ABC}}=\dfrac{1}{2}cb\sin\alpha \Rightarrow \dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 8\times 5=10\sqrt{3}$

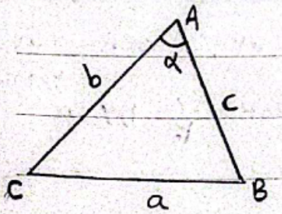
۸-



$\dfrac{(b+c)^2-a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} \Rightarrow \dfrac{b^2+c^2+2bc-(b^2+c^2-2bc\cos\hat{A})}{bc(\cos\hat{A}+1)}=\dfrac{2bc(1+\cos\hat{A})}{bc(\cos\hat{A}+1)}=2$

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\hat{A}$

۹-



$a^3+b^3-c^3=a^3+a^2b-a^2c \quad (b-c)(b^2+bc+c^2)=a^2(b-c)$

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$ طبق قضیه cos‌ها

$b^2+bc+c^2=a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

$bc=-2bc\cos\alpha \qquad \cos\alpha=-\dfrac{1}{2}$

Date No

عسل حنازیان تکلیف ۱۳ دوازدهم دختر B

۱۰- $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \sin 30^\circ \times c \times b \Rightarrow \frac{(1+3\cos\theta)(3-\cos\theta)}{4} = 2$

$3 - \cos\theta + 9\cos\theta - 3\cos^2\theta = 8$

$3\cos^2\theta - 8\cos\theta + 5 = 0$ $\quad -1 < \cos\theta < 1$ ↓ غ ق ق

$\cos\theta = 1$ ، $\cos\theta = \frac{5}{3}$ → غ ق ق

$at^2 + bt + c = 0$ if $a+b+c=0 \Rightarrow t=1, t=\frac{c}{a}$

$c = 2 \quad b = 4$

قضیه کسینوس‌ها $c^2 + b^2 - 2cb\cos\hat{A} = (2)^2 + (4)^2 - 2(2)(4)\frac{\sqrt{3}}{2} = a^2$

$20 - 8\sqrt{3} = a^2$