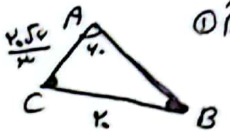
- به نام خدا -

«مطهره کمیلی»

تکلیف شماره ۱۳

۱ ←



$①\ \hat{B}+\hat{C}=۱۲۰$

$②\ B+C+A=۱۸۰ \xrightarrow{①} A=۶۰^\circ$

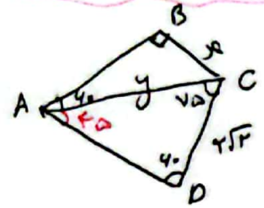
$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B} \rightarrow \frac{\cancel{۲۰}}{\underset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\cancel{\sin ۶۰}}}=\frac{\frac{\cancel{۲۰}\sqrt{۶}}{۳}}{\sin B} \rightarrow \sin B=\frac{\sqrt{۳}\times\sqrt{۶}}{۲}$

$\sin B=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \boxed{B=۴۵}$

۱۳۵ ← غ ق ق α

$B+C=۱۲۰ \rightarrow ۴۵+C=۱۲۰ \rightarrow \boxed{C=۷۵}$

سوال ۲ ←



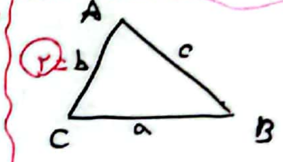
مثلث ABD

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B} \rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{\underset{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\cancel{\sin ۴۵}}}=\frac{y}{\underset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\cancel{\sin ۶۰}}} \rightarrow y=۲\sqrt{۳}$

مثلث ABC

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B} \longrightarrow \frac{x}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\overset{۲\sqrt{۳}}{y}}{\underset{۱}{\cancel{\sin ۹۰}}} \longrightarrow \boxed{x=۳}$

سوال ۳ ←



$(b^۲-۲)\frac{\sin C}{\sin B}=c$

$\rightarrow \frac{b^۲-۲}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

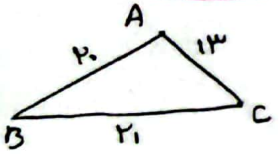
$b^۲-۲=b$

$b^۲-b-۲=۰ \quad (b-۲)(b+۱)$

✓ (+۲) (−۱) غ ق ق α

$\boxed{b=۲}$

سوال ۴ ←



$b^۲=c^۲+a^۲-۲ab\cos B$

$۱۳^۲=۲۱^۲+۲۰^۲-۲\times۲۰\times۲۱\times\cos B$

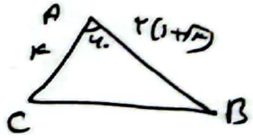
$۱۶۹=۴۴۱+۴۰۰-۸۴۰\cos B$

$+۶۷۲=+۸۴۰\cos B \longrightarrow \frac{+۶۷۲}{۸۴۰}=\frac{۸}{۱۰}$

$\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱ \longrightarrow \frac{۶۴}{۱۰۰}+\sin B^۲=۱ \longrightarrow \sin B=\frac{۶}{۱۰}$

سوال ۵ ←

$A=۶۰^\circ \quad c=۲(۱+\sqrt{۳}) \quad b=۴$



الف)

$a^۲=b^۲+c^۲-۲ac\cos A$

$a^۲=۱۶+۴(\cancel{۱+۳}^{۴}+۲\sqrt{۳})-\underset{۱۶}{\cancel{۲\times۴}}\times۲(۱+\sqrt{۳})\cos A$

$\Rightarrow ۱۶+۱۶+۸\sqrt{۳}-۱۶\underset{\frac{۱}{۲}(۱+\sqrt{۳})}{\cos A}=a^۲$

$\longrightarrow a^۲=۱۶+۱۶+\cancel{۸\sqrt{۳}}-\cancel{۸\sqrt{۳}}-۸=۲۴ \quad \boxed{a=\sqrt{۲۴}}$

ب)

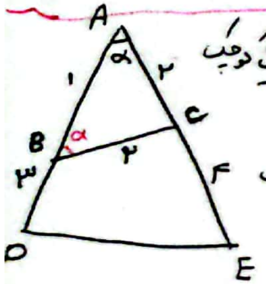
$\frac{\sqrt{۲۴}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۴}{\sin B} \qquad \frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

$\sin B=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \longrightarrow$ ۱۳۵ غ ق ق α

$\rightarrow \boxed{۴۵}$ ✓

$\underset{۴۵}{B}+\underset{۶۰}{A}+C=۱۸۰ \rightarrow \boxed{C=۷۵}$

سوال ۶ ← قانون کسینوس ها



$\xrightarrow{\text{مثلث کوچک}} \cancel{۴}=\cancel{۴}+۱-۲\times۲\cos\alpha \rightarrow \frac{۱}{۴}=\cos\alpha$

$\xrightarrow{\text{در مثلث بزرگ}} DE^۲=AD^۲+AE^۲-۲AD\times AE\underset{\frac{۱}{۴}}{\cancel{\cos\alpha}}$

$۴^۲+۶^۲-\frac{۱}{۴}\times۴\times۶$

$DE=\sqrt{۴۰} \longleftarrow ۴۰=۱۶+۳۶-۱۲$

سوال ۸ ←

$\frac{(b+c)^۲-a^۲}{bc(\cos A+۱)} \xrightarrow{\text{قضیه کسینوس ها}} \frac{\cancel{b^۲}+\cancel{c^۲}+۲bc-\cancel{a^۲}-\cancel{b^۲}+۲ab\cos A}{bc\ (\cos A+۱)}$

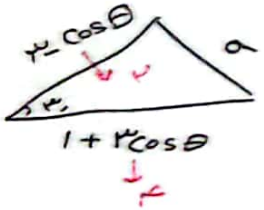
$DE = \sqrt{۴۰} \leftarrow ۴۰ = ۱۶ + ۳۶ - ۱۲$

سوال ۸ ←

$$\frac{(b+c)^۲ - a^۲}{bc(\cos A + ۱)} \xrightarrow{\text{قضیه کسینوس ها}} \frac{\cancel{b^۲} + \cancel{c^۲} + ۲bc - \cancel{a^۲} - \cancel{b^۲} + ۲ab\cos A}{bc(\cos A + ۱)}$$

$$\frac{۲\cancel{bc}\cancel{(۱ + \cos A)}}{\cancel{bc}\cancel{(\cos A + ۱)}} = ②$$

سوال ۱۰ ←



$$S_{\triangle} = ۲ = \frac{۱}{۲} \times (۳ - \cos\theta)(۱ + ۳\cos\theta) \times \frac{۱}{۲}$$

$$۸ = ۳ - \cos\theta + ۹\cos\theta - ۳\cos^۲\theta$$

$$۰ = -۵ + ۸\cos\theta - ۳\cos^۲\theta \xrightarrow{\text{روش روسی}}$$

$$۰ = +۱۵ + ۸\cos\theta + \cos^۲\theta$$

$$(\cos\theta + ۳)(\cos\theta + ۵)$$

$\cos\theta = \frac{-۳}{-۳} = ①$ $\hookrightarrow \cos\theta = \frac{-۵}{-۳}$ غ ق ق α

$$\boxed{a^۲} = ۲^۲ + ۴^۲ - \cancel{۲} \times ۲ \times ۴ \times \frac{۱}{\cancel{۲}} = ۴ + ۱۶ - ۸ = ⑫$$

$\ldots ۱۱ + ۱۹۲ - \cancel{۵۶} - ۸ = ۲۴$ $\boxed{a = \sqrt{۲۴}}$

ب)

$$\frac{\sqrt{۲۴}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۴}{\sin B} \qquad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \longrightarrow ۱۳۵ \text{ غ ق ق } \alpha$$

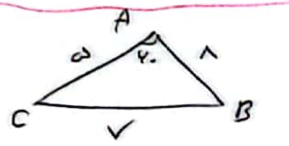
$$\hookrightarrow \boxed{۴۵} ✓$$

$B + A + C = ۱۸۰$

$۴۵ \quad ۶۰$

$\hookrightarrow \boxed{C = ۷۵}$

سوال ۷ ←



الف) $BC^۲ = ۲۵ + ۶۴ - ۲ \times ۵ \times ۸ \times \cos ۶۰$ $\downarrow \frac{۱}{۲}$

$$BC^۲ = ۴۹ \longrightarrow BC = ۷$$

ب) $\boxed{۱۰\sqrt{۳}} \longleftarrow S = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۸ \times \cancel{\sin ۶۰}$ $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

سوال ۹ ←

$$\frac{a^۳ + b^۳ - c^۳}{a + b - c} = a^۲ \longrightarrow \cancel{a^۳} + b^۳ - c^۳ = \cancel{a^۳} + a^۲b - a^۲c$$

$$\xrightarrow{\text{فیل و فنجون}} \cancel{(b-c)}(b^۲ + c^۲ + bc) = a^۲\cancel{(b-c)}$$

$$bc = -۲bc\cos A \longrightarrow \boxed{\cos A = -\frac{۱}{۲}} \xleftarrow{\text{قضیه کسینوس ها}}$$