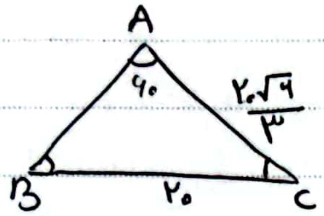
Subject: تکلیف ۱۳ مهشید جبیری

Year: Month: Day: page: ( )

①



قضیه سینوس ها $\Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$\frac{\frac{20\sqrt{6}}{3}}{\sin B} = \frac{20}{\sin 60}$, $\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

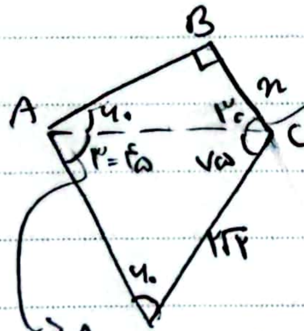
$B + C = 120 \Rightarrow A = 180 - 120 = 60^\circ$

$\frac{\cancel{20}\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20 \sin \hat{B} \rightarrow \frac{10\sqrt{2}}{20} = \sin \hat{B}$

$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ$

$C = 120 - 45 = 75^\circ$

②



$180 - (90 + 60) = 30$

برای بدست آوردن AC قضیه سینوس ها را می نویسیم!

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

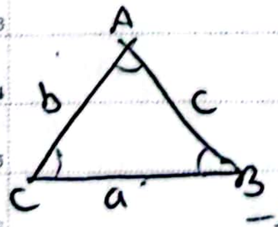
$A_2 = 180 - (60 + 75) = 45$

$\frac{AC}{\sin 60} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin 45}$, $\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\longrightarrow AC = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}$

حال در مثلث ABC می بینیم ضلع روبرو به وتر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است

$x = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$

③

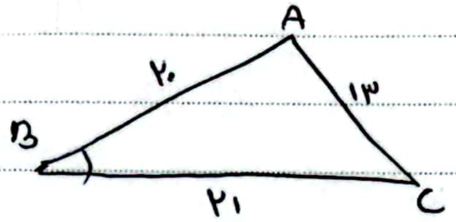


$(b^2 - 2)\frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{B}} = c$ قضیه سینوس ها $\rightarrow \sin \hat{C} = \frac{c \sin \hat{B}}{b} \rightarrow (b^2 - 2)\frac{\cancel{c}\sin B}{\sin B \times b} = \cancel{c}$

$\rightarrow b^2 - 2 = b \rightarrow b^2 - b - 2 = 0$, $b = -1$ غ ق $\rightarrow$ منفی است!

$b = +2$

(۴)

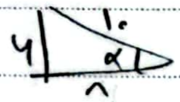


$\sin\hat{B} = ?$

از قضیه کسینوس ها استفاده میکنیم:

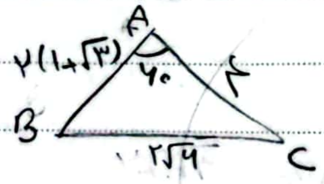
$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos\hat{B}$

$\rightarrow 169 = \underbrace{\cancel{400+441}}_{841} - 2(20)(21)\cos\hat{B} \rightarrow -840\cos\hat{B} = -\frac{672}{840} = 0/8$

$\cos\hat{B} = 0/8 \longrightarrow \sin\hat{B} = 0/6$ ⇝  → مثلث معروف

(۵)

$b = 4$ و $c = 2(1+\sqrt{3})$ $\hat{A} = 60$



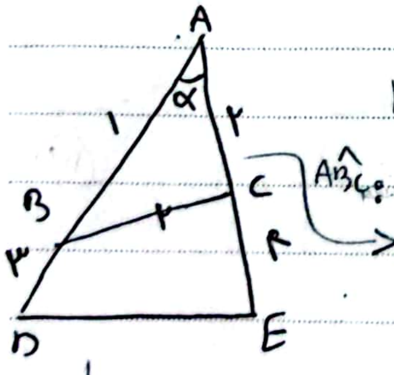
الف) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} \longrightarrow a^2 = 16 + 16 + 8\sqrt{3} - \cancel{2}(4)(2(1+\sqrt{3})) \times \frac{1}{\cancel{2}}$

$a^2 = 32 + \cancel{8\sqrt{3}} - 8 - \cancel{8\sqrt{3}} \longrightarrow a^2 = 24 \longrightarrow a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

ب) $\frac{4}{\sin\hat{B}} = \frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ از قضیه سینوس ها زاویه $\hat{B}$ را محاسبه میکنیم

$\sin\hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \times \cancel{4} \times \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow \hat{B} = 45 \longrightarrow \hat{C} = 180 - (45 + 60) = 75°$

(۶)



$DE = ?$

ابتدا از قضیه کسینوس ها α را بدست می آوریم

$A\hat{B}C$: $(2)^2 = (2)^2 + (1)^2 - 2(2)(1)\cos\alpha$

$4 = 5 - 4\cos\alpha \rightarrow -4\cos\alpha = -1 \rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{4}$

دوباره قضیه کسینوس ها در $A\hat{D}E$

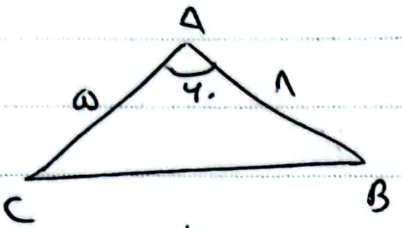
$DE^2 = (4)^2 + (6)^2 - 2(4)(6)\cos\alpha \rightarrow 16 + 36 - 12 = 40$

$DE = 2\sqrt{10}$

Arman

Subject:
Year: Month: Day: page: ( )

(7)



الف) از قضیه کسینوس‌ها استفاده می‌کنیم!

$\to BC^2 = (5)^2+(8)^2-2(5)(8)\cancel{\cos 60}\,\frac{1}{\cancel{2}} = 49 \to \boxed{BC=7}$

ب) $S_{A\hat{B}C} = \frac{1}{2} AC\cdot AB\sin\theta \to \frac{1}{\cancel{2}}\times 5\times \overset{2}{\cancel{8}}\times\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 10\sqrt{3}$

(8)

قضیه کسینوس‌ها

$$\frac{(b+c)^2-a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{\cancel{b^2}+\cancel{c^2}+2bc-(\cancel{b^2}+\cancel{c^2}-2bc\cos\hat{A})}{bc(\cos\hat{A}+1)}$$

$$\frac{2bc+2bc\cos\hat{A}}{bc(1+\cos\hat{A})} = \frac{2\cancel{bc}\cancel{(1+\cos\hat{A})}}{\cancel{bc}\cancel{(1+\cos\hat{A})}} = 2$$

کافیست a^2 را مطابق قضیه کسینوس‌ها باز کنیم

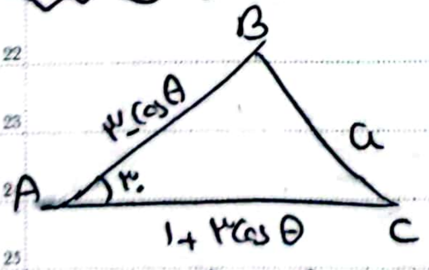
(9)

$$\frac{a^3+b^3-c^3}{a+b-c} = a^2 \qquad \cos\hat{A} = ?$$

$$a^3+b^3-c^3 = a^3+a^2b-a^2c \to (b-c)(b^2+bc+c^2)$$

$$\to a^2(b-c) = (b-c)(b^2+\underbrace{\cancel{bc}}_{-2\cos A}+c^2) \xrightarrow[\text{۵}]{\text{مستقیمه کسینوس}} \cos\hat{A} = -\frac{1}{2} \to \hat{A} = 120^\circ$$

(10)



$\boxed{S=2}$ $\quad a^2 = ?$

$\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$

$$S_{A\hat{B}C} = \frac{1}{2}\times(3-\cos\theta)(1+3\cos\theta)\times\frac{1}{2}$$

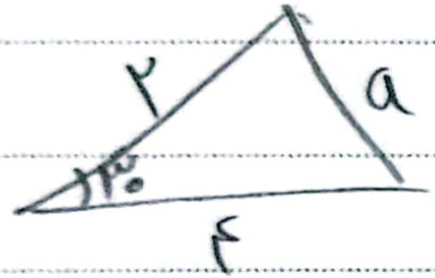
$$\frac{3+9\cos\theta-\cos\theta-3\cos^2\theta}{4} = \frac{2}{1} \to -3\cos^2 A+8\cos\theta-5=0 \to \begin{cases}\cos\theta = 1\\ \cos\theta = \frac{5}{3}\ \text{غلط}\end{cases}$$

$-1\le\cos A\le 1$

ادامه سوال ۱۰:

$Cs\theta = 1$

قضیه کسینوس ها



$$\longrightarrow a^2 = (2)^2 + (4)^2 - 2(2)(4)\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = 20 - 8\sqrt{3}$$