مهشید جدیدی

تکلیف ۱۳

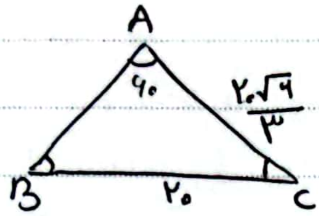
۲۰ آفرین

Subject:

Year: Month: Day:

page: ( )

①



قضیه سینوس ها $\Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

۲

$$\frac{\frac{20\sqrt{6}}{3}}{\sin B} = \frac{20}{\sin 60 \; \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

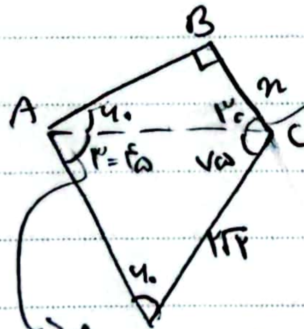
$B + C = 120 \Rightarrow A = 180 - 120 = 60^\circ$

$$\frac{20\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20 \sin \hat{B} \rightarrow \frac{10\sqrt{2}}{20} = \sin \hat{B}$$

$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ$

$C = 120 - 45 = 75^\circ$

②



$180 - (90 + 60) = 30$

برای بدست آوردن AC قضیه سینوس ها را می نویسیم!

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

۲

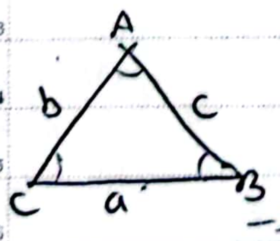
$A_2 = 180 - (60 + 75) = 45$

$$\frac{AC}{\sin 60 \; \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin 45 \; \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} \rightarrow AC = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}$$

حال در مثلث ABC چ سینوس ضلع مقابل به وتر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است

$x = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$

③



$$(b^2 - 2)\frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{B}} = c \qquad \sin \hat{C} = \frac{c \sin \hat{B}}{b}$$ قضیه سینوس ها

$$(b^2 - 2)\frac{c \sin B}{\sin B \times b} = c$$

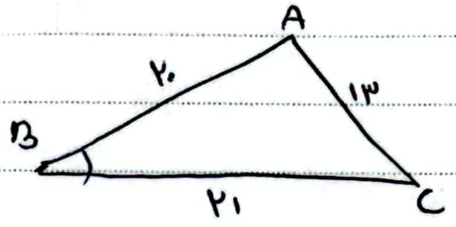
$\rightarrow b^2 - 2 = b \rightarrow b^2 - b - 2 = 0 \rightarrow b = -1$ غ ق ق $\rightarrow$ منفی است!

$b = +2$

۲

Arman

(۴)



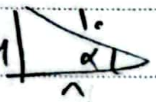
$\sin\hat{B} = ?$

از قضیه کسینوس ها استفاده می کنیم: (۲)

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos\hat{B}$$

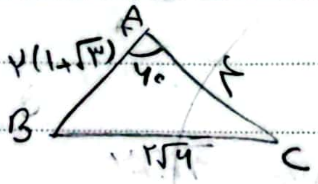
$$\to 169 = \cancel{400} + 441 - 2(20)(21)\cos\hat{B} \to -840\cos\hat{B} = -\frac{672}{840} = 0/8$$

841

$\cos\hat{B} = 0/8 \to \sin\hat{B} = 0/6 \to$  $\to$ مثلث معروف

(۵)

$b = 4$ و $c = 2(1+\sqrt{3})$ $\quad \hat{A} = 60$



(۲)

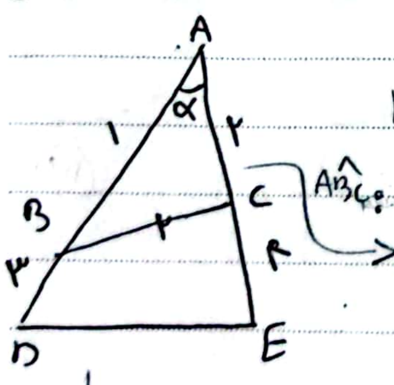
الف) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} \to a^2 = 16 + 16 + 8\sqrt{3} - \cancel{2}(4)(2(1+\sqrt{3})) \times \frac{1}{\cancel{2}}$

$$a^2 = 32 + \cancel{8\sqrt{3}} - 8 - \cancel{8\sqrt{3}} \to a^2 = 24 \to a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

ب) $\frac{4}{\sin\hat{B}} = \frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $\quad$ از قضیه سینوس ها زاویه $\hat{B}$ را محاسبه می کنیم

$$\sin\hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \times \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \to \hat{B} = 45 \to \hat{C} = 180 - (45 + 60) = 75^\circ$$

(۶)



$DE = ?$

ابتدا از قضیه کسینوس ها α را بدست می آوریم (۲)

$A\hat{B}C$: $\to (2)^2 = (2)^2 + (1)^2 - 2(2)(1)\cos\alpha$

$$4 = 5 - 4\cos\alpha \to -4\cos\alpha = -1 \to \cos\alpha = \frac{1}{4}$$

$$DE^2 = (4)^2 + (6)^2 - 2(4)(6)\cos\alpha \to 16 + 36 - 12 = 40$$

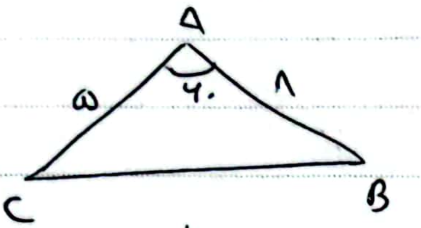
دوباره قضیه کسینوس ها در $A\hat{D}E$

$DE = 2\sqrt{10}$

Arman

Subject:
Year: Month: Day: page: ( )

(۷)



الف) از قضیه کسینوس‌ها استفاده می‌کنیم!

۲

$\to BC^2 = (5)^2+(8)^2-2(5)(8)\cancel{\cos 60}\,\frac{1}{\cancel{2}} = 49 \to BC = 7$

ب) $S_{AB\hat{C}} = \frac{1}{2} AC.AB\sin\theta \to \frac{1}{\cancel{2}} \times 5 \times \overset{4}{\cancel{8}} \times \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 10\sqrt{3}$

(۸)

قضیه کسینوس‌ها

$$\frac{(b+c)^2-a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{\cancel{b^2}+\cancel{c^2}+2bc-(\cancel{b^2}+\cancel{c^2}-2bc\cos\hat{A})}{bc(\cos\hat{A}+1)}$$

۲

$$\frac{2bc+2bc\cos\hat{A}}{bc(1+\cos\hat{A})} = \frac{2\cancel{bc}\cancel{(1+\cos\hat{A})}}{\cancel{bc}\cancel{(1+\cos\hat{A})}} = 2$$

کافیست a^2 را مطابق قضیه کسینوس‌ها بازکنیم

(۹)

$$\frac{a^3+b^3-c^3}{a+b-c} = a^2 \qquad \cos\hat{A} = ?$$

۲

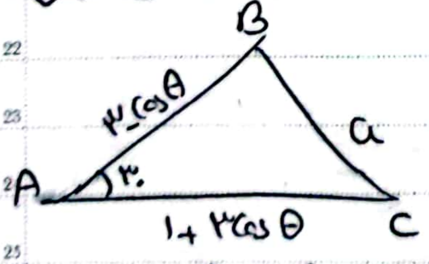
$a^3+b^3-c^3 = a^3+a^2b-a^2c \to (b-c)(b^2+bc+c^2)$

$\to a^2(b-c) = (b-c)(b^2+\underbrace{bc}_{-2\cos A}+c^2) \xrightarrow{\text{مطابق قضیه کسینوس‌ها}} \cos\hat{A} = -\frac{1}{2}$

$\hat{A} = 120°$

(۱۰)

$S = 2 \qquad a^2 = ?$



۲

$\to \frac{1}{2} bc\sin\hat{A}$

$S_{AB\hat{C}} = \frac{1}{2} \times (3-\cos\theta)(1+3\cos\theta) \times \frac{1}{2}$

$\frac{3+9\cos\theta-\cos\theta-3\cos^2\theta}{4} = \frac{2}{1} \to -3\cos^2 A+8\cos\theta-5 = 0 \to \cos\theta = 1$

$\cos\theta = \frac{5}{3}$ غ ق ق

$-1 \le \cos A \le 1$

Arman

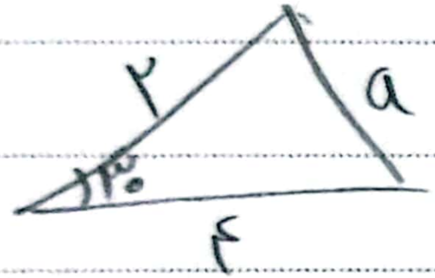
page: (   )

Subject:
Year: Month: Day:

CsP=1

ادامه سوال ۱۰:

قضیه کسینوس ها



$$\longrightarrow a^{۲} = (۲)^{۲} + (۴)^{۲} - ۲(۲)(۴)\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$a^{۲} = ۲۰ - ۸\sqrt{۳}$$