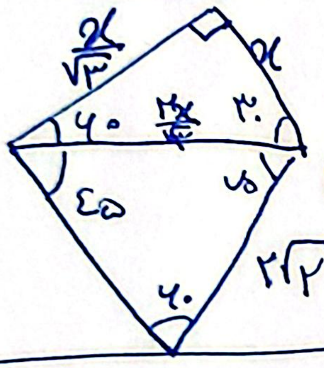
①

$$\frac{\overset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\cancel{\sin A \to ۶۰}}}{\underset{۲۰}{BC}} = \frac{\sin B}{\underset{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{AC}} = \frac{\sin C}{AB} \qquad \sin B = \frac{\frac{\cancel{۲۰}\sqrt{۶}}{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\cancel{۲۰}} = \frac{\sqrt{۱۸}}{۶}$$

$$C = ۱۲۰ - ۴۵ = ۷۵ \leftarrow \underline{B = ۴۵} \leftarrow \sin B = \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{\cancel{۳}\sqrt{۲}}{۲\cancel{۶}}$$

---

②



$$\boxed{\frac{۱}{۴}} = \frac{\sin ۴۵}{\frac{۲\sqrt{۲}}{۱}} = \frac{\sin ۶۰}{\frac{۲x}{\sqrt{۳}}} = \frac{۳}{۴x} \to \boxed{x = ۳}$$

with $\cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$ above $\sin ۴۵$ and $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ above $\sin ۶۰$

---

③

، قضیه سینوس‌ها

$$\frac{b^۲ - ۲}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \longrightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \qquad \boxed{b = ۲}$$

$$b = b^۲ - ۲ \to b^۲ - b - ۲ = ۰ \to (b - ۲)(b + ۱) = ۰$$

✓۲   −۱ غ ق ق

---

④

$$۱۴۹ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۲ \times ۲۰ \times ۲۱ \times \cos B \to \cos B = ۰٫۸$$

$\sin B = \sqrt{۱ - ۰٫۶۴} = \pm ۰٫۶$ → چون حاده است → $\sin B = \boxed{۰٫۶}$

---

⑤

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos A = a^۲ = ۱۶ + ۴ + ۱۲ + ۸\sqrt{۳} - \cancel{۲} \times ۴ \times (۲ + ۲\sqrt{۳}) \times \frac{۱}{۲}$$

$\cancel{۸ + ۸\sqrt{۳}}$

$a^۲$ ↳ ۲۴ → $a = \sqrt{۲۴}$. الف)

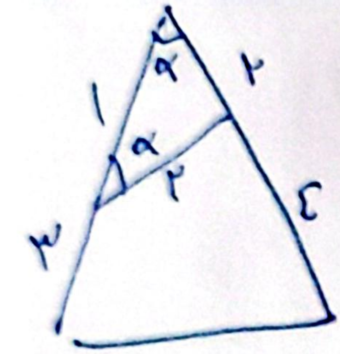
$$\frac{\sin A}{BC} = \frac{\sin B}{AC} = \frac{\sin C}{AB} \to \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\underset{۲\sqrt{۶}}{\sqrt{۲۴}}} = \frac{\sin B}{۴} = \frac{\sin C}{۲ + ۲\sqrt{۳}}$$

ب)
B ← ۴۵
C ← ۷۵

---

⑥

عالی هستی



⑥

$x^۲ = ۱۶ + ۳۶ - ۲ × ۶ × ۴ × \frac{۱}{۴}$

$x^۲ = ۵۲ - ۱۲ \to \boxed{x = \sqrt{۴۰}}$ → ضلع مورد نظر چهارضلعی

$۴ = ۴ + ۱ - ۲ × ۲ × ۱ × \cos α$

$۴ × \cos α = ۱ \to \boxed{\cos α = \frac{۱}{۴}}$

---

⑦ الف)

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos A \to ۶۴ + ۲۵ - ۸۰ × \frac{۱}{۲}$

$a^۲ = ۸۹ - ۴۰ \to \boxed{a = ۷}$

ب) $\frac{۱}{\cancel{۲}} × \frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}} × \overset{۲}{\cancel{۸}} × ۵ = \boxed{۱۰\sqrt{۳}}$

---

⑧

$\frac{b^۲ + c^۲ + ۲bc \overset{-b^۲ - c^۲ + ۲bc\cos A}{- a^۲}}{bc\cos A + bc} = \frac{۲bc(۱ + \cos A)}{bc(۱ + \cos A)} = \boxed{۲}$

---

⑨

$a^۳ + b^۳ - c^۳ = a^۳ + a^۲b - a^۲c$

$b^۳ - c^۳ = a^۲b - a^۲c \to \frac{b^۳ - c^۳}{b - c} = a^۲ \to b^۲ + c^۲ + bc = a^۲$

$۲\cos A = ۱$

$\boxed{\cos A = \frac{۱}{۲}}$

---

⑩

$\frac{۱}{۲} \cancel{۴}(۳ - \cos θ)(۱ + ۳\cos θ) = ۲$

$۳ + ۹\cos θ - \cos θ - ۳\cos^۲ θ = ۸$

$۳\cos^۲ θ - ۸\cos θ + ۵$

$\cos θ = \frac{۸ \pm \cancel{\sqrt{۶۴ - ۶۰}}^{\,۲}}{۶}$ → $\frac{۱۰}{۶}$ غ ق ق ، ۱ ✓

$a^۲ = ۴ + ۱۶ - ۲ × ۲ × ۴ × \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \boxed{۲۰ - ۸\sqrt{۳}}$