خورشید احمدی

دوازدهم حفتم - B

---

۱)

$\xrightarrow{\text{قضیه سینوس ها}} \dfrac{AC}{\sin\hat{B}} = \dfrac{BC}{\sin\hat{A}} \rightsquigarrow \dfrac{\cancel{۲۰}\sqrt{۶}}{۳\sin\hat{B}} = \dfrac{\cancel{۲۰}\times ۲}{\sqrt{۳}}$

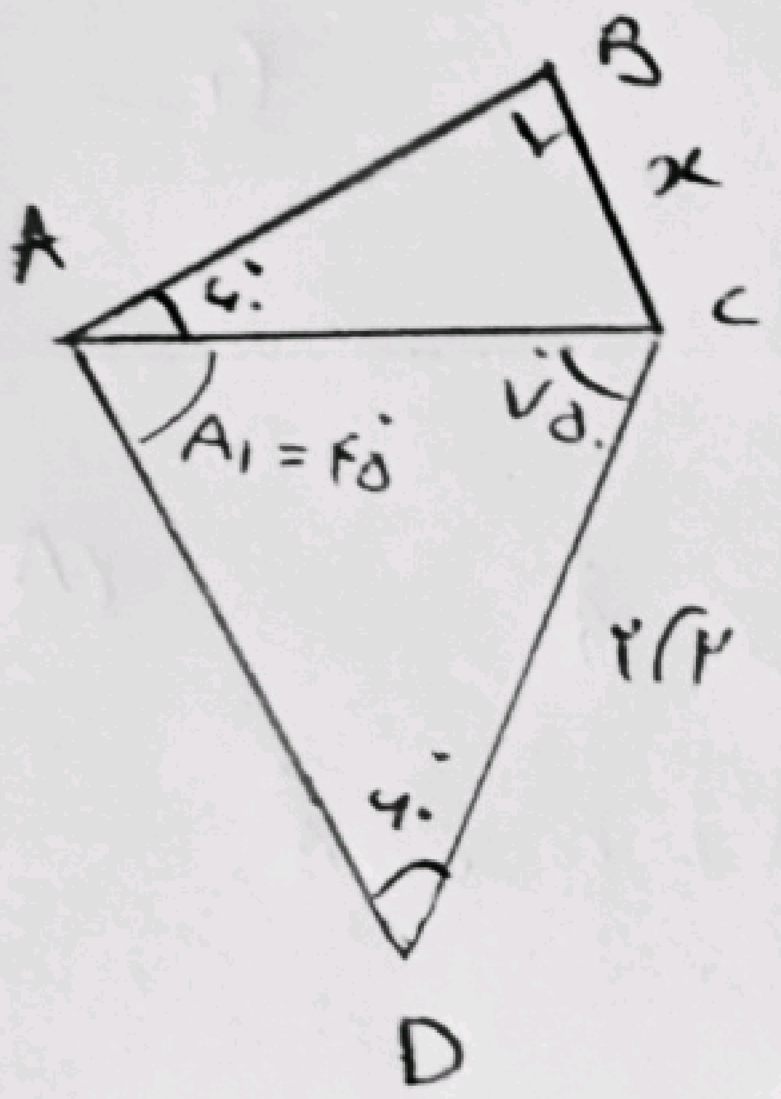
$B+C=۱۲۰ \Rightarrow A=۶۰$

$\Rightarrow \sin\hat{B} = \dfrac{۳\sqrt{۲}}{۶} = \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} < \begin{matrix} \hat{B}=۱۳۵^\circ \; ✗ \\ \hat{B}=۴۵^\circ \; ✓ \end{matrix} \Rightarrow \boxed{\hat{B}=۴۵^\circ}$

$\hat{B}+\hat{C}=۱۲۰^\circ \Rightarrow \boxed{\hat{C}=۷۵^\circ}$

---

۲)



- $\hat{A}_1 = ۱۸۰ - (۶۰+۷۵) = ۴۵^\circ$
- قضیه سینوس ها در مثلث $\overset{\triangle}{ACD}$ $\longrightarrow \dfrac{۲\cancel{\sqrt{۲}}\times\cancel{۲}}{\cancel{\sqrt{۲}}} = \dfrac{AC\times\cancel{۲}}{\sqrt{۳}} \Rightarrow AC=۲\sqrt{۳}$
- در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ $\longrightarrow \dfrac{\cancel{۲}\times x}{\sqrt{۳}} = \dfrac{\cancel{۲}\sqrt{۳}}{۱} \Rightarrow \boxed{x=۳}$

---

۳)

$(b^۲-۲)\cdot\dfrac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}} = c \quad , \quad \dfrac{c}{\sin\hat{C}} = \dfrac{b}{\sin\hat{B}} \Rightarrow c = \dfrac{\sin\hat{C}\times b}{\sin\hat{B}}$

$\Rightarrow (b^۲-۲)\cdot\cancel{\dfrac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}} = \cancel{\dfrac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}}\times b \Rightarrow b^۲-b-۲=۰ \longrightarrow b=۲$

$b=-۱$ ✗

$b=۲$ ✓

---

۴)

$AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ - ۲\times AB\times AC\times\cos\hat{B} \Rightarrow$

$۱۶۹ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۸۴۰\cos\hat{B} \Rightarrow \cos\hat{B} = \dfrac{۴}{۵}$

$\xrightarrow{\sin^۲+\cos^۲=۱} \sqrt{۱-\dfrac{۱۶}{۲۵}} = \boxed{\dfrac{۳}{۵} = \sin\hat{B}}$

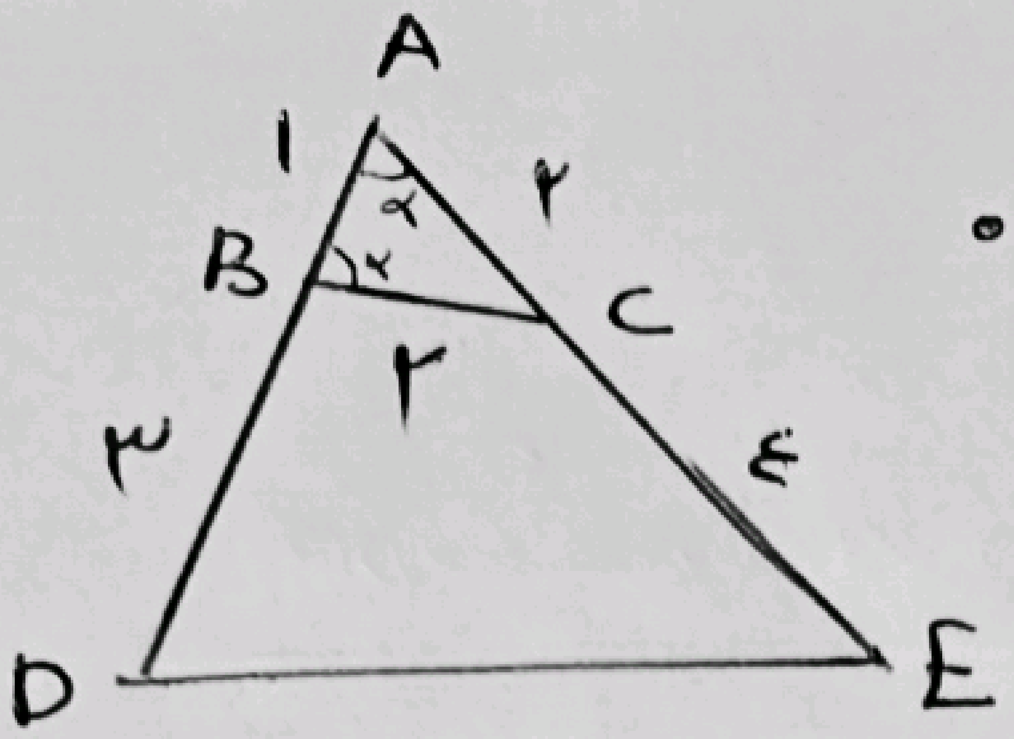
---

۵)

الف) $\xrightarrow{\text{قضیه کسینوس ها}} a^۲ = ۱۶+۱۶+۸\cancel{\sqrt{۳}}-۸-۸\cancel{\sqrt{۳}} \Rightarrow \boxed{a=\sqrt{۲۴}}$

ب) $\xrightarrow{\text{قضیه سینوس ها}} \dfrac{\sqrt{۲۴}\times ۲}{\sqrt{۳}} = \dfrac{۴}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \sin\hat{B} = \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} < \begin{matrix} \hat{B}=۱۳۵ \; ✗ \\ \boxed{\hat{B}=۴۵ \; ✓} \end{matrix}$

$\hat{B}+\hat{C}+\hat{A}$ $\boxed{\hat{C}=۷۵^\circ}$



۶) $\overset{\triangle}{ABC}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow h=\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}$

$\Rightarrow ۱\times۲\times\frac{۱}{۲}\times\sin\hat{A}=\frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}\times۱$

$\Rightarrow \sin\hat{A}=\frac{\sqrt{۱۵}}{۴}\rightarrow \cos\hat{A}=\frac{۱}{۴}$

$\xrightarrow{\text{قضیه کسینوس‌ها}} DE^۲=۳۶+۱۶-۲\times\frac{۱}{۴}\times۶\times۴ \Rightarrow \boxed{DE=\sqrt{۴۰}=۲\sqrt{۱۰}}$

---

۷)

الف) $BC^۲=۶۴+۲۵-۲\times\frac{۱}{۲}\times۴۰\Rightarrow\boxed{BC=۷}$

ب) $S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\cancel{۸}^{۲}\times۵\times\frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}}\times\frac{۱}{\cancel{۲}}=\boxed{۱۰\sqrt{۳}}$

---

۸) $\dfrac{(b+c)^۲-a^۲}{bc(\cos\hat{A}+۱)}$ ، $a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A}$

$\Rightarrow b^۲+c^۲=a^۲+۲bc\cos\hat{A}$

$\Rightarrow \dfrac{b^۲+c^۲+۲bc-a^۲}{bc\cos\hat{A}+bc}=\dfrac{۲bc\cos\hat{A}+۲bc}{bc\cos\hat{A}+bc}=\boxed{۲}$

---

۹) $\dfrac{a^۳+b^۳-c^۳}{a+b-c}=a^۲\rightsquigarrow \cancel{a^۳}+b^۳-c^۳=\cancel{a^۳}+a^۲b-a^۲c$

$\Rightarrow\cancel{(b-c)}(b^۲+bc+c^۲)=a^۲\cancel{(b-c)}\Rightarrow b^۲+bc+c^۲=a^۲$

$b^۲+c^۲-۲bc=a^۲$

$\Rightarrow\boxed{\cos\theta=-\frac{۱}{۲}}$

---

۱۰) $S_{\overset{\triangle}{ABC}}=۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times(۳-\cos\theta)(۱+۳\cos\theta)\Rightarrow$

$۳\cos^۲\theta-۸\cos\theta+۵=۰ <$ $\cos\theta=\frac{۱۰}{۶}$ × ; $\boxed{\cos\theta=۱}$

$\xrightarrow{\text{قضیه کسینوس‌ها}} a^۲=(۳-\cos\theta)^۲+(۱+۳\cos\theta)^۲-\frac{۲}{۲}\sqrt{۳}\times(۳-\cos\theta)(۱+۳\cos\theta)$

$\xRightarrow{\cos\theta=۱} a^۲=۲^۲+۴^۲-(\sqrt{۳}\times۲\times۴)=۴+۱۶-۸-\sqrt{۳}=\boxed{۱۲-\sqrt{۳}}$ [illegible]

$a^۲$ //