شماره ی تکلیف ۴

دوازدهم هنر B

به نام خدا

هستا کرمی

۱۹

①

$$\frac{a\sin\frac{۴\pi}{۳}+b\cos\frac{۷\pi}{۶}}{a\sin\frac{۱۱\pi}{۶}+b\cos\frac{\pi}{۳}}=\tan\frac{۵\pi}{۶}\Rightarrow\frac{a\sin(\pi+\frac{\pi}{۳})+b\cos(\pi+\frac{\pi}{۶})}{a\sin(۲\pi-\frac{\pi}{۶})+b\cos\frac{\pi}{۳}}=$$

۲

$$\frac{-a\sin\frac{\pi}{۳}-b\cos\frac{\pi}{۶}}{-a\sin\frac{\pi}{۶}+b\cos\frac{\pi}{۳}}=\frac{-\frac{a\sqrt{۳}}{۲}-\frac{b\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{-a}{۲}+\frac{b}{۲}}=\frac{\cancel{\frac{-\sqrt{۳}}{۲}}(a+b)}{\cancel{\frac{۱}{۲}}(a-b)}=\frac{-\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow\frac{a+b}{a-b}=\frac{-۱}{۳}\Rightarrow$$

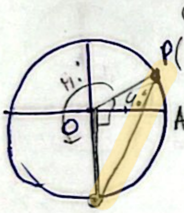
$$b-a=۳a+۳b\Rightarrow ۴a=-۲b\Rightarrow\boxed{۲a=-b}$$

$$*\ \tan\frac{۵\pi}{۶}=\tan(\pi-\frac{\pi}{۶})=-\tan\frac{\pi}{۶}=\frac{-\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\frac{b}{a}=\frac{-۲a}{a}=\boxed{-۲}$$ ج آخر

---

۱ ②



$$\cos\hat{x}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\hat{x}=۶۰^\circ$$

$$S_{\triangle OPP'}=\frac{۱}{۲}OP\times OP'\sin\hat{O}=\frac{۱}{۲}\times۱\times۱\times\cancel{\sin۱۵۰}^{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۴}$$

قضیه کسینوس ها

$$PP'=\sqrt{۱^۲+۱^۲-۲(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})(۱^۲)}=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$

۱ P'

محیط مثلث $=۱+۱+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$

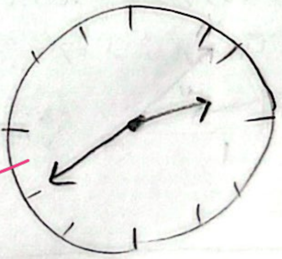
---

③

میزان جلو رفتن عقربه ی ساعت شمار نصف مقدار دقیقه است

$\frac{\pi}{۶}=۳۰^\circ$ $\Longrightarrow$ عقربه ی دقیقه شمار دو برابر این مقدار یعنی ۴۰ دقیقه است.

$\Longrightarrow$

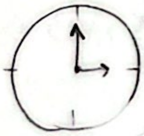


۲

ساعت $\boxed{۲:۴۰}$

---

④



$$\alpha=\left|\frac{۱۱M}{۲}-۳۰H\right|=۲۰^\circ\Rightarrow\frac{۱۱M}{۲}-۳۰(۳)=۲۰\Rightarrow\frac{۱۱M}{۲}=۱۱۰\Rightarrow\boxed{M=۲۰}$$

۲

$$\Downarrow$$

$$\underset{۹۰}{\cancel{۳۰(۳)}}-\frac{۱۱M}{۲}=۲۰\Rightarrow\frac{۱۱M}{۲}=۷۰\Rightarrow\boxed{M=\frac{۱۴۰}{۱۱}}=۱۲/۷$$

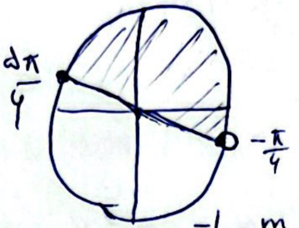
ج آخر

اولین بار پس از گذشت $\frac{۱۴۰}{۱۱}$ دقیقه و دومین بار پس از گذشت (۲۰ دقیقه)

(۵)

$-\frac{\pi}{۴} < x < \frac{۵\pi}{۴}$

$\sin x = \frac{m-۳}{۵}$



$\max \sin x = ۱$

$\min \sin x = \sin\frac{-\pi}{۴} = \frac{-۱}{۲}$

$\frac{-۱}{۲} < \sin x \le ۱ \Rightarrow \frac{-۱}{۲} < \frac{m-۳}{۵} \le ۱ \Rightarrow \frac{-۵}{۲} < m-۳ \le ۵ \Rightarrow$ (۲)

$m \in \{۱, ۲, \ldots, ۸\} \Rightarrow$ ۸ عدد صحیح $\Leftarrow \boxed{\frac{۱}{۲} < m \le ۸}$

---

(۶)

$\tan ۱۵^\circ = ۰/۲۵$

$\frac{\sin(۱۰۵^\circ) + k\cos(۲۵۵^\circ)}{\cos(۱۶۵^\circ) + ۲\sin(۱۹۵^\circ)} = ۳ \longrightarrow$ (۲)

$\frac{\sin(۹۰+۱۵^\circ) + k\cos(۲۷۰^\circ-۱۵^\circ)}{\cos(۱۸۰-۱۵^\circ) + ۲\sin(۱۸۰+۱۵^\circ)} = \frac{\cos ۱۵^\circ - k\sin ۱۵^\circ}{-\cos ۱۵^\circ - ۲\sin ۱۵^\circ} = ۳ \xrightarrow[\substack{\sin ۱۵^\circ \sim ۱ \\ \cos ۱۵^\circ \sim ۴}]{\tan ۱۵^\circ = \frac{۱}{۴}}$

$\frac{۴-k}{-۴-۲} = -۳ \Rightarrow ۴-k = -۱۸ \Rightarrow \boxed{k = ۲۲}$

راه دیگر: $-۳\cos ۱۵^\circ - ۶\sin ۱۵^\circ = \cos ۱۵^\circ - k\sin ۱۵^\circ$

$k-۶\sin ۱۵^\circ = ۴\cos ۱۵^\circ \xrightarrow[\div \cos ۱۵^\circ \neq ۰]{}$

$(k-۶) \times \frac{۱}{۴} = ۴ \Rightarrow k = ۱۶+۶ = \boxed{۲۲}$

---

(۷)

$\frac{\tan(\frac{\pi}{۲}-x) - \cot(\pi-x)}{\cot(\frac{۳\pi}{۲}-x) + ۲\tan(۲\pi-x)} = \frac{\cot x + \cot x}{\tan x - ۲\tan x} = \frac{۲\cot x}{-\tan x} = -۲\frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{\sin x}{\cos x}} =$ (۲)

$\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x} = ۲ \Rightarrow ۱-\cos x = ۲+۲\cos x$

$۳\cos x = -۱ \Rightarrow \cos x = \frac{-۱}{۳}$

$\Rightarrow \sin x = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$

$\Rightarrow -۲\frac{\cos^۲ x}{\sin^۲ x} = \frac{\frac{۱}{۹}}{\frac{۸}{۹}} \times -۲ = \boxed{\frac{-۱}{۴}}$

---

(۸)

$L_A = \frac{۳\pi}{۵} \times r_A$

$L_B = \frac{۹\pi}{۱۰} \times r_B$

$\xrightarrow{L_A = L_B} \frac{\cancel{۳}\cancel{\pi}}{\cancel{۵}} \times r_A = \frac{\cancel{۹}\cancel{\pi}}{۱۰} \times r_B \Rightarrow$

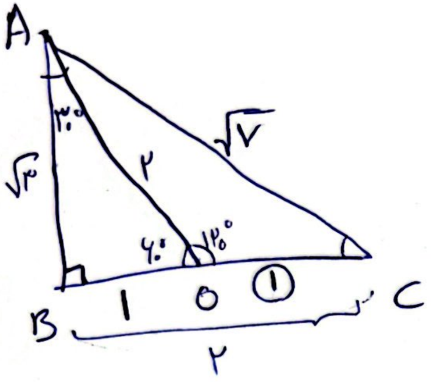
$\boxed{r_A = \frac{۳}{۲} r_B}$

$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{۱۰۸}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{۱۰۸\pi}{۱۸۰} = \frac{۳\pi}{۵}$

(۲)

$\frac{S_A}{S_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲ = \left(\frac{\frac{۳}{۲}\cancel{r_B}}{\cancel{r_B}}\right)^۲ = \boxed{\frac{۹}{۴}}$

⑨



$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \sqrt{۳}$

$\sin ۲\hat{C} = ?$

$\sin ۳۰ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow AO = ۲ ,\ AB = \sqrt{۳}$

$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = S_{\overset{\triangle}{ABO}} + S_{\overset{\triangle}{AOC}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} + S_{\overset{\triangle}{AOC}} = \sqrt{۳} \Rightarrow$

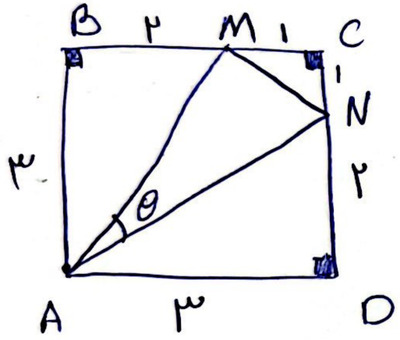
$S_{\overset{\triangle}{AOC}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۱}{\cancel{۲}} \times \cancel{۲} \times OC \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \boxed{OC = ۱}$

۲

$\sin ۲\hat{C} = ۲\sin\hat{C}\cos\hat{C} = ۲\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}} \times \frac{۲}{\sqrt{۷}} = \boxed{\frac{۴\sqrt{۳}}{۷}}$ ✓

---

⑩



$AN = \sqrt{۴+۹} = \sqrt{۱۳}$

$AM = \sqrt{۴+۹} = \sqrt{۱۳}$

۲

$S_{ABCD} = ۳\times۳ = ۹ \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ADN}} = S_{\overset{\triangle}{ABM}} = ۳ \Rightarrow$

$S_{\overset{\triangle}{MNC}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{AMN}} = ۹ - (\underbrace{۳+۳+\frac{۱}{۲}}_{۶/۵}) = ۲/۵ = \frac{۵}{۲}$

$S_{\overset{\triangle}{AMN}} = \frac{۵}{۲} = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۱۳} \times \sqrt{۱۳} \times \sin\theta \Rightarrow \boxed{\sin\theta = \frac{۵}{۱۳}}$ ✓