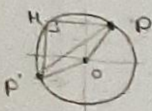
آوا امامی کیا - تقسیا ۱۲ :

1- $\frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}a+(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})b}{(-\frac{۱}{۲})a+(\frac{۱}{۲})b}=\frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}(a+b)}{-\frac{۱}{۲}(a-b)}=\tan\frac{۵\pi}{۶}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}(a+b)}{a-b}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow ۳a+۳b=-a+b$

$۴a=-۲b \Rightarrow ۲a=-b$

$\frac{b}{a}=\frac{-۲a}{a}=-۲$

2- دایره مثلثاتی $\rightarrow r=۱ \rightsquigarrow ۱^۲=(\frac{۱}{۲})^۲+y^۲ \Rightarrow y=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow P(\frac{۱}{۲},\frac{\sqrt{۳}}{۲}) \xrightarrow[(۰,۲\pi)]{\text{ناحیه اول}}$ ثلث $P \rightarrow ۹۰^\circ \rightsquigarrow$ ۲۱۰° خلاف



$OP=۱$ $PH=\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۱+\sqrt{۳}}{۲}$

$OP'=۱$ $P'H=\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۱+\sqrt{۳}}{۲}$

$\Rightarrow PP'^۲=OP^۲+OP'^۲-۲OP\,OP'\cos ۱۵۰ \Rightarrow PP'^۲=۱+۱-۲(۱)(۱)(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})$

$\Rightarrow PP'^۲=۲+\sqrt{۳} \Rightarrow PP'=\sqrt{۲+\sqrt{۳}} \rightsquigarrow$ محیط $=۲+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$

---

3. $\frac{\pi}{۹}\times\frac{۱۸۰}{\pi}=۲۰ \rightsquigarrow$ هر دقیقه   حالا باید میزان جلو رفتن عقربه ساعت شمار $\Rightarrow ۲۰\times۲=۴۰$ دقیقه / همچنین می‌دانیم هر ساعت معادل با ۳۰ درجه

نصف دقیقه است

$\Rightarrow ۲:۴۰'$ است پس وقتی ۲۰' درجه رفته یعنی هنوز بین

ساعت ۲ و ۳ است

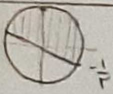
---

4. $\alpha=|\frac{۱۱}{۲}m-۳۰H| \Rightarrow ۲۰=|\frac{۱۱}{۲}\times m-۳۰(۳)| \rightarrow ۲۰=\frac{۱۱}{۲}m-۹۰ \Rightarrow ۱۱۰=\frac{۱۱m}{۲} \Rightarrow m=۲۰$

$\hookrightarrow -۲۰=\frac{۱۱}{۲}m-۹۰ \Rightarrow ۷۰=\frac{۱۱m}{۲} \Rightarrow m=\frac{۱۴۰}{۱۱}$ $۲۰>\frac{۱۴۰}{۱۱}$

↳ برای بار دوم ۲۰ دقیقه باید بگذرد.

5.



$\Rightarrow -\frac{۱}{۲}<\sin\alpha\le۱ \rightsquigarrow -\frac{۱}{۲}<\frac{m-۳}{۵}\le۱ \Rightarrow -\frac{۵}{۲}<m-۳\le۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}<m\le۸$ ⇝ ۸ عدد صحیح

↳ $\{۱,۲,۳,\dots,۸\}$

---

6. $\frac{\sin(۹۰+۱۵)-k\cos(۲۷۰-۱۵)}{\cos(۱۸۰-۱۵)+۲\sin(۱۸۰+۱۵)}=\frac{\cos۱۵+k(-\sin۱۵)}{-\cos۱۵+۲(-\sin۱۵)} \xrightarrow{\div\cos۱۵} \frac{۱-k\tan۱۵}{-۱-۲\tan۱۵}=\frac{۱-۰/۲۵k}{-۱-۲(۰/۲۵)}=۳$

$\frac{۱-\frac{۱}{۴}k}{-۱/۵}=\frac{۴-k}{-۶}=۳ \Rightarrow ۴-k=-۱۸ \Rightarrow k=۲۲$

---

7. $\frac{۱-\cos\alpha}{۲}=\sin^۲\frac{\alpha}{۲}$ $\frac{۱+\cos\alpha}{۲}=\cos^۲\frac{\alpha}{۲} \Rightarrow \frac{۱-\cos\alpha}{۱+\cos\alpha}=\tan^۲\frac{\alpha}{۲}=۲ \Rightarrow \tan\frac{\alpha}{۲}=-\sqrt{۲}$

(ناحیه دوم)

عبارت: $\frac{\cot\alpha-(-\cot\alpha)}{\tan\alpha+۲(-\tan\alpha)}=\frac{۲\cot\alpha}{-\tan\alpha}=\frac{۲\cos^۲\alpha}{-\sin^۲\alpha}=-۲\tan^۲\alpha$

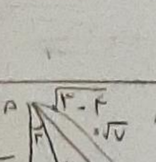
$\hookrightarrow -۲(۲\sqrt{۲})^۲=-۱۶$

$\hookrightarrow \tan\alpha=\frac{۲\tan\frac{\alpha}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{\alpha}{۲}}=\frac{۲(-\sqrt{۲})}{۱-۲}=۲\sqrt{۲}$

---

8. $l=\alpha r \Rightarrow \alpha_۱r_۱=\alpha_۲r_۲ \rightsquigarrow \frac{۱۰۸\pi}{۱۸۰}r_۱=\frac{۹\pi}{۱۰}r_۲ \Rightarrow r_۱=\frac{۳}{۲}r_۲$ $S=\frac{\pi r_۱^۲}{\pi r_۲^۲} \Rightarrow \frac{r_۱^۲}{r_۲^۲}=(\frac{۳}{۲})^۲=\frac{۹}{۴}$

9-



$AB=\sqrt{۳}$ (ضلع روبه‌رو به زاویه ۶۰)

$AD=۲$ (۲ برابر ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰)

$\Rightarrow S_{AB\hat{D}}=\frac{AB\times BD}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $S_{A\hat{D}C}=S_{\text{کل}}-S_{AB\hat{D}}=\sqrt{۳}-\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$S_{A\hat{D}C}=\frac{۱}{۲}\times AD\times CD\times\sin۱۲۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times۲\times CD\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow CD=۱$ $\sin\hat{C}=\frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}}$

$\sin\hat{C}=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \cos\hat{C}=\sqrt{۱-(\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}})^۲} \Rightarrow \frac{۲}{۷}$ $\sin۲\hat{C}=۲\sin\hat{C}\cos\hat{C}=۲\times\sqrt{\frac{۳}{۷}}\times\sqrt{\frac{۴}{۷}}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۷}$

10- $S_{ABCD}=۳\times۳=۹$ $S_{M\hat{C}N}=\frac{۱\times۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$ $S_{AB\hat{M}}=S_{A\hat{D}N}=\frac{۲\times۳}{۲}=۳$ $S_{A\hat{M}N}=۹-(۳+۳+\frac{۱}{۲})=۲/۵$

$S_{A\hat{M}N}=AM\times AN\times\frac{۱}{۲}\times\sin\theta \Rightarrow \sqrt{۱۳}\times\sqrt{۱۳}\times\frac{۱}{۲}\times\sin\theta=\frac{۵}{۲} \Rightarrow \sin\theta=\frac{۵}{۱۳}$

$AM=AN=\sqrt{AB^۲+BM^۲}=\sqrt{۹+۴}=\sqrt{۱۳}$