تکلیف شماره ۱۲ مثلثات

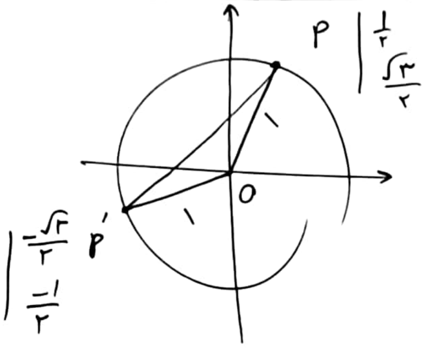
۱ـ

$$\frac{a\sin\frac{۴\pi}{۳}+b\cos\frac{۷\pi}{۶}}{a\sin\frac{۱۱\pi}{۶}+b\cos\frac{\pi}{۳}}=\tan\frac{۵\pi}{۶}=\frac{-۱}{\sqrt{۳}}$$

$$\left.\begin{aligned} a\sin\frac{۴\pi}{۳}&=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}a\\ b\cos\frac{۷\pi}{۶}&=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}b\\ a\sin\frac{۱۱\pi}{۶}&=\frac{-۱}{۲}a\\ b\cos\frac{\pi}{۳}&=\frac{۱}{۲}b\end{aligned}\right\}\quad \frac{\frac{-\sqrt{۳}}{۲}a-\frac{\sqrt{۳}}{۲}b}{\frac{-۱}{۲}a+\frac{۱}{۲}b}=\frac{-۱}{\sqrt{۳}}\longrightarrow \frac{-۳}{۲}a-\frac{۳}{۲}b=\frac{۱}{۲}a-\frac{۱}{۲}b$$

$$b=-۲a\qquad \frac{b}{a}=\underset{\text{جواب}}{\boxed{-۲}}$$

۲ـ

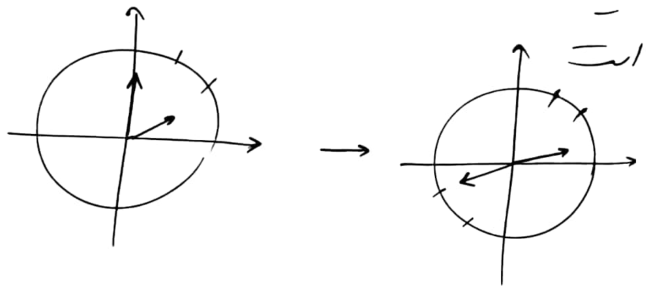


$$PP'=\sqrt{\left(\frac{-\sqrt{۳}}{۲}-\frac{۱}{۲}\right)^۲+\left(\frac{-۱}{۲}-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲}=\sqrt{\frac{۴+۲\sqrt{۳}}{۴}+\frac{۳+۲\sqrt{۲}}{۴}}$$

$$=\sqrt{\frac{۷+۲\sqrt{۲}+۲\sqrt{۳}}{۴}}$$

$$PP'O\ \text{محیط مثلث}=۱+۱+\sqrt{\frac{۷+۲\sqrt{۲}+۲\sqrt{۳}}{۴}}=۲+\frac{\sqrt{۷+۲\sqrt{۲}+۲\sqrt{۳}}}{۲}$$

۳ـ



میزان جلو آمدن عقربهٔ ساعت شمار همواره نصف مقدار دقیقه است

پس اگر به اندازهٔ $\frac{\pi}{۹}$ یا ۲۰ درجه جلو آمده است

ساعت $\underline{۲:۴۰}$ خواهد بود.

۴ـ

$$\left|\frac{۱۱}{۲}M-۳۰H\right|=۲۰\longrightarrow \frac{۱۱}{۲}M-۹۰=\pm۲۰$$

$$\frac{۱۱}{۲}M-۹۰=۲۰\longrightarrow\frac{۱۱}{۲}M=۱۱۰\longrightarrow \overset{\text{جواب}}{\boxed{M=۲۰}}\longrightarrow$$ برای بار دوم

$$\frac{۱۱}{۲}M-۹۰=-۲۰\longrightarrow\frac{۱۱}{۲}M=۷۰\longrightarrow M=\frac{۱۴۰}{۱۱}\longrightarrow$$ برای بار اول

پس از گذشت ۲۰ دقیقه برای بار دوم زاویه ۲۰° خواهد شد.

[illegible]

۵-

$\frac{-\pi}{۶} < x \leqslant \frac{۵\pi}{۶}$ $\qquad$ $\sin x = \frac{x-۳}{۵}$

$$\frac{-۱}{۲} < \sin x \leqslant ۱ \longrightarrow \frac{-۱}{۲} < \frac{x-۳}{۵} \leqslant ۱ \xrightarrow{\times ۱۰} -۵ < ۲m-۶ \leqslant ۱۰$$

$$۱ < ۲m \leqslant ۱۴$$

$\frac{۱}{۲} < m \leqslant ۸$ ــــ شامل چه عدد صحیح $\{۱, ۲, ۳, \ldots, ۸\}$ است.

۶-

$$\frac{\sin(۱۰۵) + K\cos(۲۵۵)}{\cos(۱۶۵) + ۲\sin(۱۹۵)} = ۳ \qquad \tan ۱۵ = ۰٫۲۵ = \frac{۱}{۴}$$

$\sin ۱۰۵ = \sin(\frac{\pi}{۲} + ۱۵) = \cos ۱۵$

$\cos ۲۵۵ = \cos(\frac{۳\pi}{۲} - ۱۵) = -\sin ۱۵$

$\cos ۱۶۵ = \cos(\pi - ۱۵) = -\cos ۱۵$

$\sin ۱۹۵ = \sin(\pi + ۱۵) = -\sin ۱۵$

$$\frac{\cos ۱۵ - K\sin ۱۵}{-\cos ۱۵ - ۲\sin ۱۵} = ۳ \xrightarrow{\div \cos ۱۵}$$

$$\frac{۱ - K\tan ۱۵}{-۱ - ۲\tan ۱۵} = ۳ \longrightarrow \frac{۱ - \frac{K}{۴}}{-۱ - \frac{۲}{۴}} = ۳$$

$$\rightarrow \frac{K}{۴} = \frac{۲۲}{۴} \longrightarrow \boxed{K = ۲۲}$$ جواب

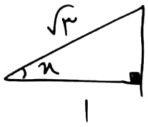
۷-

$\sin x > ۰$

$\cos x < ۰$

$$\frac{۱ - \cos x}{۱ + \cos x} = ۲ \longrightarrow ۱ - \cos x = ۲ + ۲\cos x$$

$$۳\cos x = -۱ \longrightarrow \cos x = \frac{-۱}{۳}$$



$$\longrightarrow ۹ = ۱ + x^۲ \longrightarrow x^۲ = ۸$$

$$x = ۲\sqrt{۲}$$

$$\begin{cases} \cot x = \frac{-۱}{۲\sqrt{۲}} \\ \tan x = -۲\sqrt{۲} \end{cases}$$

$$\frac{\tan(\frac{\pi}{۲} - x) - \cot(\pi - x)}{\cot(\frac{۳\pi}{۲} - x) + ۲\tan(۲\pi - x)} = \frac{\cot x - (-\cot x)}{\tan x - ۲\tan x} = \frac{۲\cot x}{-\tan x} = \frac{۲ \times \frac{-۱}{۲\sqrt{۲}}}{-(-۲\sqrt{۲})}$$

$$= \frac{\frac{-۱}{\sqrt{۲}}}{\frac{+۲\sqrt{۲}}{۱}} = \frac{-۱}{۴}$$ جواب

نکابات

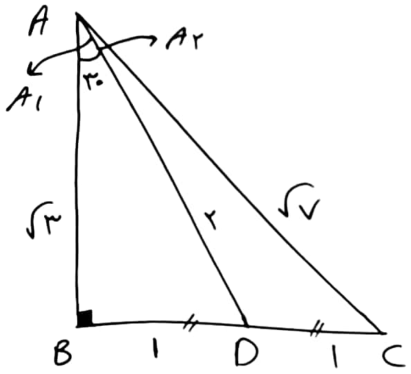
$\frac{۱۰۸}{۱۸۰} = \frac{x}{\pi} \longrightarrow x = \frac{۱۰۸\pi}{۱۸۰} = \frac{۳\pi}{۵}$

۸ـ

$l_A = l_B \longrightarrow R_A\alpha_A = R_B\alpha_B \longrightarrow R_A \times \frac{۳\pi}{۵} = R_B \times \frac{۹\pi}{۱۰}$

$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{۹\pi}{۱۰}}{\frac{۳\pi}{۵}} = \frac{۳}{۲} \longrightarrow \frac{A_A}{A_B} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ = \frac{۹}{۴}$ جواب

۹ـ



$\overset{\triangle}{ABD}$ در $\longrightarrow \sin ۳۰ = \frac{BD}{AD} \longrightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{AD} \longrightarrow \boxed{AD = ۲}$

$\cos ۳۰ = \frac{AB}{AD} \longrightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AB}{۲} \longrightarrow \boxed{AB = \sqrt{۳}}$

$\overset{\triangle}{ABC}$ در $\longrightarrow AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ \longrightarrow AC^۲ = (\sqrt{۳})^۲ + ۲^۲ = ۷$

$\boxed{AC = \sqrt{۷}}$

$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \sqrt{۳} \longrightarrow S_{\overset{\triangle}{ABC}} = S_{A_۱\overset{\triangle}{B}C} + S_{A_۲\overset{\triangle}{C}D}$

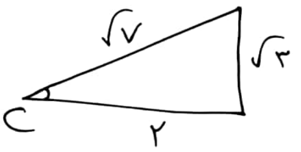
$S_{ABD} = \frac{۱}{۲} AB \times AD \times \sin A_۱ = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times ۲ \times \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$\sqrt{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \longrightarrow S_{A_۲\overset{\triangle}{C}D} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

چون مساحت دو مثلث با هم برابر است پس AD میانه است ، $\boxed{DC = ۱}$

$S_{A_۲\overset{\triangle}{C}D} = \frac{۱}{۲} CD \times AC \times \sin C \longrightarrow \frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}} = \frac{۱}{\cancel{۲}} \times ۱ \times \sqrt{۷} \times \sin C$

$\sin C = \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}}$



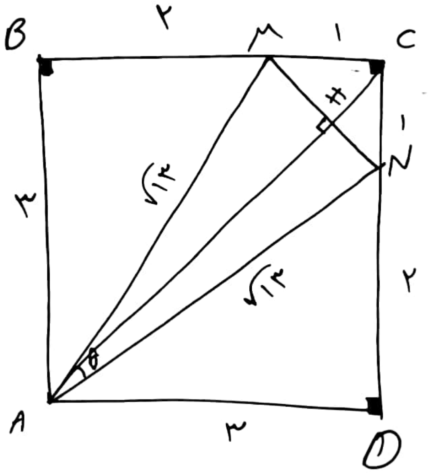
$\cos C = \frac{۲}{\sqrt{۷}}$

$\sin ۲C = ۲\sin C \cos C =$

$۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}} \times \frac{۲}{\sqrt{۷}} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۷}$ جواب

تکمیلی

۱۰ -



$$MN = \sqrt{۱^۲+۱^۲} = \sqrt{۲}$$

$$AN = AM = \sqrt{۳^۲+۲^۲} = \sqrt{۱۳}$$

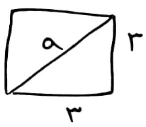
$$S_{\overset{\Delta}{AMN}} = \frac{۱}{\cancel{۲}}\times\sqrt{۱۳}\times\sqrt{۱۳}\times\sin\theta = \frac{AH\times MN}{\cancel{۲}}$$

$$۱۳\sin\theta = AH\times\sqrt{۲}$$

$AH =$ قطر مربع $- CH \longrightarrow ۳\sqrt{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$

$$\boxed{AH = \frac{۵\sqrt{۲}}{۲}}$$

قطر مربع



$\boxed{a = ۳\sqrt{۲}}$

CH

$$\frac{CH\times\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۱\times۱}{۲}$$

$$CH = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\boxed{CH = \frac{\sqrt{۲}}{۲}}$$

$$۱۳\sin\theta = \sqrt{۲}\ AH$$

$$۱۳\sin\theta = \sqrt{۲}\times\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$$

$۱۳\sin\theta = ۵ \longrightarrow \sin\theta = \boxed{\frac{۵}{۱۳}}$ جواب