تکلیف شماره ۱۲ مثلثات

۱۹,۵

۱ـ

$$\frac{a\sin\frac{۴\pi}{۳}+b\cos\frac{۷\pi}{۶}}{a\sin\frac{۱۱\pi}{۶}+b\cos\frac{\pi}{۳}}=\tan\frac{۵\pi}{۶}=\frac{-۱}{\sqrt{۳}}$$

(۲)

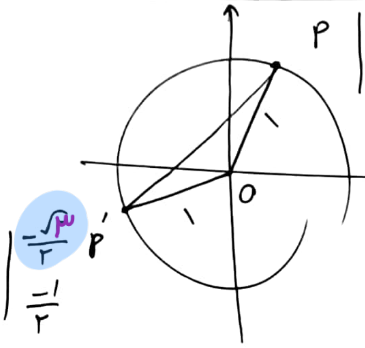
$$\left.\begin{aligned}a\sin\frac{۴\pi}{۳}&=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}a\\ b\cos\frac{۷\pi}{۶}&=\frac{-\sqrt{۳}}{۲}b\\ a\sin\frac{۱۱\pi}{۶}&=\frac{-۱}{۲}a\\ b\cos\frac{\pi}{۳}&=\frac{۱}{۲}b\end{aligned}\right\}\quad \frac{\frac{-\sqrt{۳}}{۲}a-\frac{\sqrt{۳}}{۲}b}{\frac{-۱}{۲}a+\frac{۱}{۲}b}=\frac{-۱}{\sqrt{۳}}\longrightarrow \frac{-۳}{۲}a-\frac{۳}{۲}b=\frac{۱}{۲}a-\frac{۱}{۲}b$$

$$b=-۲a\qquad \frac{b}{a}=\boxed{-۲}$$

جواب ✓

۲ـ

(۱/۵)



$P\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ \frac{\sqrt{۳}}{۲}\end{matrix}\right.$ $\quad P'\left|\begin{matrix}\frac{-\sqrt{۳}}{۲}\\ \frac{-۱}{۲}\end{matrix}\right.$

دقت کن دقت!!

$$PP'=\sqrt{\left(\frac{-\sqrt{۳}}{۲}-\frac{۱}{۲}\right)^۲+\left(\frac{-۱}{۲}-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲}=\sqrt{\frac{۴+۲\sqrt{۳}}{۴}+\frac{۳+۲\sqrt{۲}}{۴}}$$

$$=\sqrt{\frac{۷+۲\sqrt{۲}+۲\sqrt{۳}}{۴}}$$

$$PP'=\sqrt{\left(\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}+\frac{۲\sqrt{۳}}{۴}\right)(۲)}=\sqrt{\frac{۸+۴\sqrt{۳}}{۴}}=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$

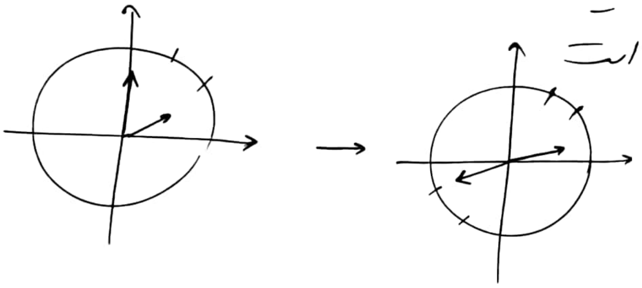
$$\text{محیط مثلث } PP'O=۱+۱+\sqrt{\frac{۷+۲\sqrt{۲}+۲\sqrt{۳}}{۴}}=۲+\frac{\sqrt{۷+۲\sqrt{۲}+۲\sqrt{۳}}}{۲}$$

۳ـ میزان جلوآمدن عقربه‌ی ساعت‌شمار همواره نصف مقدار دقیقه است

پس اگر به اندازه‌ی $\frac{\pi}{۹}$ یا ۲۰ درجه جلو آمده است

ساعت ۲:۴۰ خواهد بود. ✓

(۲)



۴ـ

$$\left|\frac{۱۱}{۲}M-۳۰H\right|=۲۰\longrightarrow \frac{۱۱}{۲}M-۹۰=\pm ۲۰$$

(۲)

جواب

$$\frac{۱۱}{۲}M-۹۰=۲۰\longrightarrow\frac{۱۱}{۲}M=۱۱۰\longrightarrow\boxed{M=۲۰}\longrightarrow$$ برای بار دوم

$$\frac{۱۱}{۲}M-۹۰=-۲۰\longrightarrow\frac{۱۱}{۲}M=۷۰\longrightarrow M=\frac{۱۴۰}{۱۱}\longrightarrow$$ برای بار اول ✓

پس از گذشت ۲۰ دقیقه برای بار دوم زاویه ۲۰° خواهد شد.

تمرین:

-۵

$\frac{-\pi}{۶} < x \leqslant \frac{۵\pi}{۶}$ $\qquad$ $\sin x = \frac{x-۳}{۵}$

$\frac{-۱}{۲} < \sin x \leqslant ۱ \longrightarrow \frac{-۱}{۲} < \frac{x-۳}{۵} \leqslant ۱ \xrightarrow{\times ۱۰} -۵ < ۲m-۶ \leqslant ۱۰$

$۱ < ۲m \leqslant ۱۶$

$\frac{۱}{۲} < m \leqslant ۸$ ✓ ـه شامل ۸ عدد صحیح $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۸\}$ است.

۲

-۶

$\frac{\sin(۱۰۵) + k\cos(۲۵۵)}{\cos(۱۶۵) + ۲\sin(۱۹۵)} = ۳$ $\qquad$ $\tan ۱۵ = ۰٫۲۵ = \frac{۱}{۴}$

۲

$\sin ۱۰۵ = \sin(\frac{\pi}{۲} + ۱۵) = \cos ۱۵$

$\cos ۲۵۵ = \cos(\frac{۳\pi}{۲} - ۱۵) = -\sin ۱۵$

$\cos ۱۶۵ = \cos(\pi - ۱۵) = -\cos ۱۵$

$\sin ۱۹۵ = \sin(\pi + ۱۵) = -\sin ۱۵$

$\frac{\cos ۱۵ - k\sin ۱۵}{-\cos ۱۵ - ۲\sin ۱۵} = ۳ \xrightarrow{\div \cos ۱۵}$

$\frac{۱ - k\tan ۱۵}{-۱ - ۲\tan ۱۵} = ۳$ ✓ $\longrightarrow \frac{۱ - \frac{k}{۴}}{-۱ - \frac{۲}{۴}} = ۳$

$\rightarrow \frac{k}{۴} = \frac{۲۲}{۴} \longrightarrow \boxed{k = ۲۲}$ جواب.

-۷

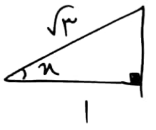
$\sin x > ۰$

$\cos x < ۰$

$\frac{۱ - \cos x}{۱ + \cos x} = ۲ \longrightarrow ۱ - \cos x = ۲ + ۲\cos x$

$۳\cos x = -۱ \longrightarrow \cos x = \frac{-۱}{۳}$

۲



$x \longrightarrow ۹ = ۱ + x^۲ \longrightarrow x^۲ = ۸$

$x = ۲\sqrt{۲}$

$\begin{cases} \cot x = \frac{-۱}{۲\sqrt{۲}} \\ \tan x = -۲\sqrt{۲} \end{cases}$

✓

$\frac{\tan(\frac{\pi}{۲} - x) - \cot(\pi - x)}{\cot(\frac{۳\pi}{۲} - x) + ۲\tan(۲\pi - x)} = \frac{\cot x - (-\cot x)}{\tan x - ۲\tan x} = \frac{۲\cot x}{-\tan x} = \frac{۲ \times \frac{-۱}{۲\sqrt{۲}}}{-(-۲\sqrt{۲})}$

$= \frac{\frac{-۱}{\sqrt{۲}}}{\frac{+۲\sqrt{۲}}{۱}} = \frac{-۱}{۴}$ ✓ جواب.

۸ـ

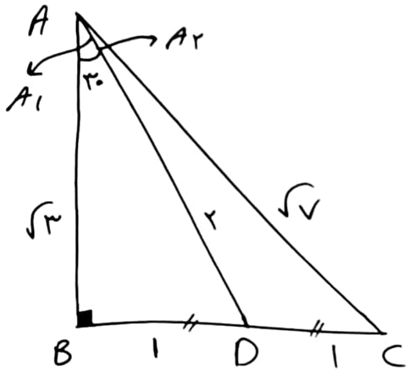
$$\frac{۱۰۸}{۱۸۰} = \frac{x}{\pi} \longrightarrow x = \frac{۱۰۸\pi}{۱۸۰} = \frac{۳\pi}{۵}$$

$$l_A = l_B \longrightarrow R_A\alpha_A = R_B\alpha_B \longrightarrow R_A \times \frac{۳\pi}{۵} = R_B \times \frac{۹\pi}{۱۰}$$

(۲)

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{۹\pi}{۱۰}}{\frac{۳\pi}{۵}} = \frac{۳}{۲} \longrightarrow \frac{A_A}{A_B} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ = \boxed{\frac{۹}{۴}}$$ ✓ جواب

۹ـ



در $\overset{\triangle}{ABD}$ $\longrightarrow \sin ۳۰ = \frac{BD}{AD} \longrightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{AD} \longrightarrow \boxed{AD = ۲}$ ✓

$$\cos ۳۰ = \frac{AB}{AD} \longrightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AB}{۲} \longrightarrow \boxed{AB = \sqrt{۳}}$$

در $\overset{\triangle}{ABC}$ $\longrightarrow AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ \longrightarrow AC^۲ = (\sqrt{۳})^۲ + ۲^۲ = ۷$

$$\boxed{AC = \sqrt{۷}}$$ ✓

(۲)

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \sqrt{۳} \longrightarrow S_{\overset{\triangle}{ABC}} = S_{\overset{\triangle}{A_1BC}} + S_{\overset{\triangle}{A_2CD}}$$

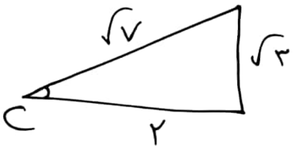
$$S_{ABD} = \frac{۱}{۲} AB \times AD \times \sin A_1 = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times ۲ \times \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\sqrt{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \longrightarrow S_{\overset{\triangle}{A_2CD}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

چون مساحت دو مثلث با هم برابر است پس AD میانه است و $\boxed{DC = ۱}$

$$S_{\overset{\triangle}{A_2CD}} = \frac{۱}{۲} CD \times AC \times \sin C \longrightarrow \frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}} = \frac{۱}{\cancel{۲}} \times ۱ \times \sqrt{۷} \times \sin C$$

$$\sin C = \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}}$$

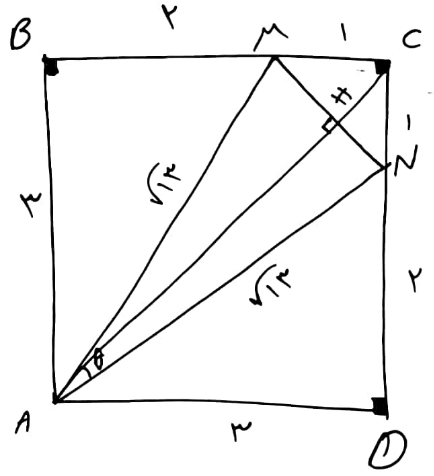


$$\cos C = \frac{۲}{\sqrt{۷}}$$

$$\sin ۲C = ۲\sin C \cos C = ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}} \times \frac{۲}{\sqrt{۷}} = \boxed{\frac{۴\sqrt{۳}}{۷}}$$ ✓ جواب

[illegible]

ـ ۱۰



$MN = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

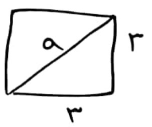
$AN = AM = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$

$S_{\overset{\triangle}{AMN}} = \frac{1}{\cancel{2}} \times \sqrt{13} \times \sqrt{13} \times \sin\theta = \frac{AH \times MN}{\cancel{2}}$

$13\sin\theta = AH \times \sqrt{2}$

$AH =$ قطر مربع $- CH \longrightarrow 3\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ $\quad \boxed{AH = \frac{5\sqrt{2}}{2}}$

قطر مربع



$\boxed{a = 3\sqrt{2}}$

CH

$\frac{CH \times \sqrt{2}}{2} = \frac{1 \times 1}{2}$

$CH = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{CH = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$13\sin\theta = \sqrt{2}\ AH$

$13\sin\theta = \sqrt{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$13\sin\theta = 5 \longrightarrow \sin\theta = \boxed{\frac{5}{13}}$ جواب