خورشید احمدی　　　　　　　　　　　　حسابان دهم ـ B

---

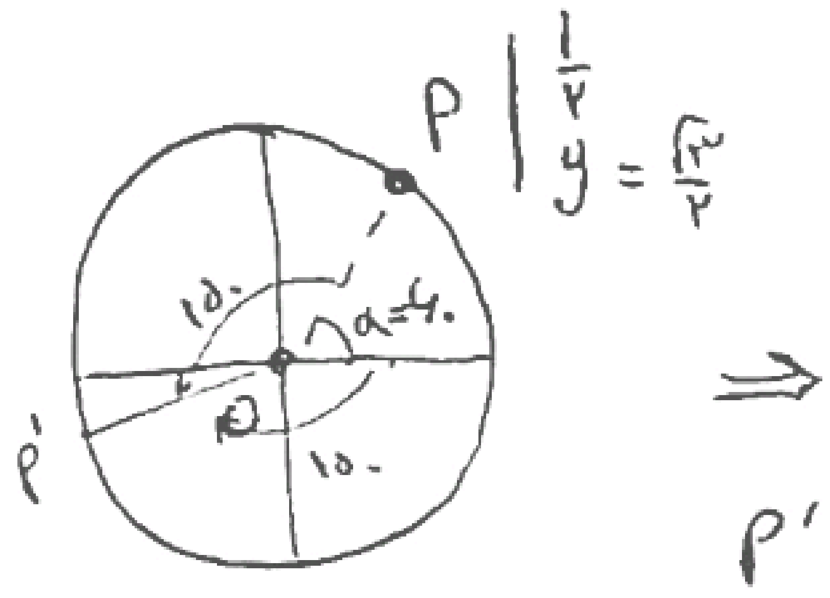
۱)

$$\frac{a\sin\frac{۴\pi}{۳}+b\cos\frac{۷\pi}{۶}}{a\sin\frac{۱۱\pi}{۶}+b\cos\frac{\pi}{۳}}=\tan\frac{۵\pi}{۶}\rightarrow\frac{-a\sin\frac{\pi}{۳}+(-b)\cos\frac{\pi}{۶}}{-a\sin\frac{\pi}{۶}+b\cos\frac{\pi}{۳}}=\frac{-(a+b)\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-(a-b)\times\frac{۱}{۲}}$$

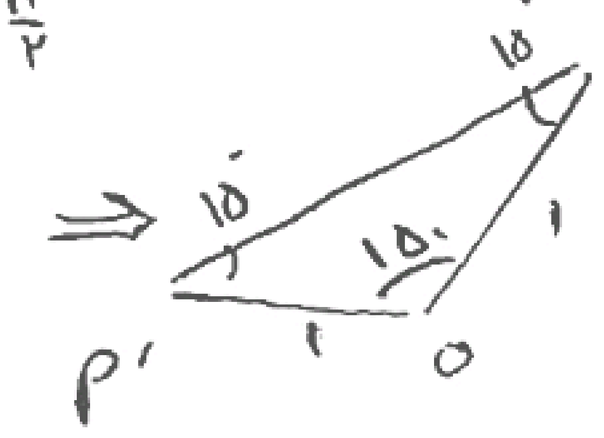
$$\rightarrow\cancel{-}\frac{\cancel{\sqrt{۳}}}{۳}=\cancel{-}\cancel{\sqrt{۳}}\frac{(a+b)}{-a+b}\rightarrow -a+b=۳a+۳b\rightarrow -۲b=۴a\rightarrow\boxed{\frac{b}{a}=-۲}$$

---

۲)



$\Rightarrow$



$$\xrightarrow{\text{قضیه سینوس‌ها}}\frac{۱}{\sin ۱۵}=\frac{PP'}{\sin ۱۵۰}\Rightarrow\frac{۴}{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}=\frac{PP'}{\frac{۱}{۲}}\rightarrow PP'=\frac{۲}{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۶+}}{۲}$$

$$\text{محیط}\ \overset{\triangle}{POP'}=۱+۱+\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}=۲+\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}$$

---

۳)

هر $\frac{\pi}{۶}$ چرخش عقربه ساعت‌شمار = یک ساعت $\Rightarrow \overset{\text{چرخش}}{\frac{\pi}{۹}}\times\frac{۶}{\pi}=\frac{۲}{۳}$ ساعت $\xrightarrow{\times ۶۰}$ ۴۰ دقیقه $\Rightarrow$ ۲:۴۰

---

۴)

زاویه بین عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار $=\left|\frac{۱۱}{۲}M-۳۰H\right|\xrightarrow{H=۳}\left|\frac{۱۱}{۲}M-۹۰\right|=۲۰$

$\frac{۱۱}{۲}M=۱۱۰\rightarrow M=۲۰$ (دومین بار) ✓　　$\frac{۱۱}{۲}M=۷۰\rightarrow M=۱۲/۷$ (اولین بار) ✗ $\Rightarrow$ سه ازگذشته ۲۰ دقیقه

---

۵)

$$-\frac{\pi}{۶}<x\le\frac{۵\pi}{۶}\longrightarrow -\frac{۱}{۲}<\sin x\le ۱\xrightarrow{\sin x=\frac{m-۳}{۵}}-\frac{۱}{۲}<\frac{m-۳}{۵}\le ۱\Rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲}<m\le ۸\xrightarrow[\in\mathbb{Z}]{}۱\le m\le ۸\rightarrow ۸-۱+۱=\boxed{۸\ \text{شامل عدد صحیح}}$$

---

۶)

$$\frac{\sin(۱۰۵^\circ)+k\cos(۲۵۵^\circ)}{\cos(۱۶۵^\circ)+۲\sin(۱۹۵^\circ)}=۳=\frac{\cos۱۵-k\sin۱۵}{-\cos۱۵-۲\sin۱۵}=۳\xrightarrow{\tan(۱۵)=\frac{۱}{۴}\overset{\nearrow\ \sin}{\searrow\ \cos}}$$

$$\frac{۴-k}{-۴-۲}=۳\Rightarrow k=۲۲$$

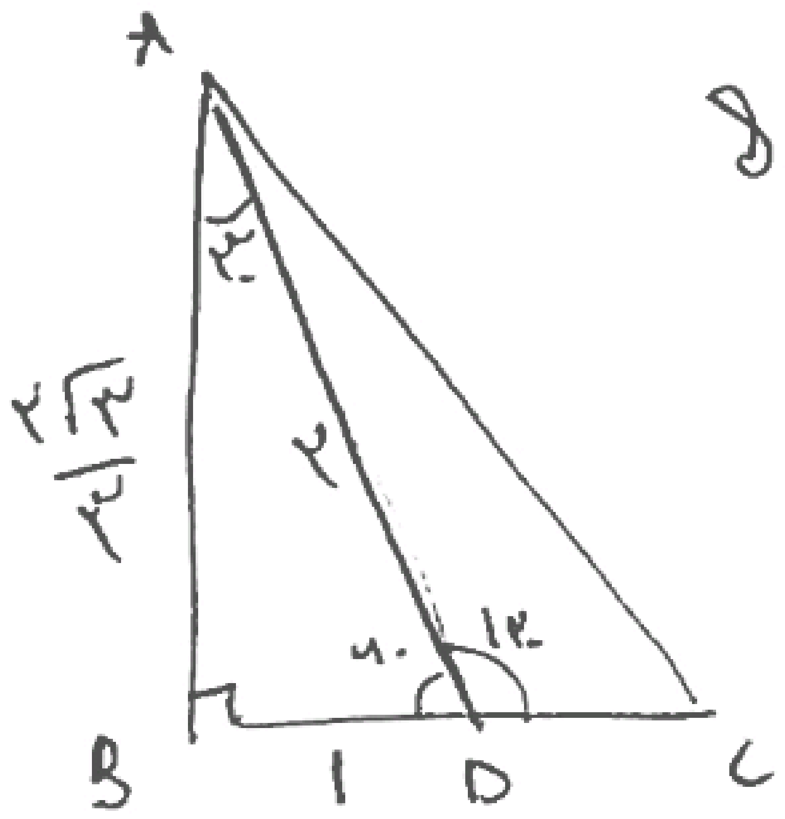
$$\frac{\tan(\frac{\pi}{۲}-x)-\cot(\pi-x)}{\cot(\frac{۵\pi}{۲}-x)+۲\tan(۲\pi-x)}=\frac{\cot(x)+\cot(x)}{\tan(x)-۲\tan(x)}$$ ۷)

$$=\frac{۲\cot(x)}{-\tan(x)}=(-۲)\left(\frac{\cos^۲}{\sin^۲}\right) \quad / \quad \frac{۱-\cos x}{۱+\cos x}=۲\Rightarrow \cos x=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow \sin^۲ x=\frac{۸}{۹}$$

$$\Rightarrow -۲\left(\frac{\frac{۱}{۹}}{\frac{۸}{۹}}\right)=-۲\times\frac{۱}{۸}=-\frac{۱}{۴}$$

$$\frac{l_A}{l_B}=\frac{\theta_A}{\theta_B}\times\frac{r_A}{r_B}\xrightarrow{۱.۸=\frac{۳\pi}{۵}} ۱=\frac{(\frac{۳\cancel{\alpha}}{\cancel{۵}})}{(\frac{۹\cancel{\alpha}}{\cancel{۱۰}_{۲}})}\times\frac{r_A}{r_B}=\frac{۲}{۳}$$ ۸)

$$\rightarrow \frac{S_A}{S_B}=\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲=\frac{۴}{۹}$$



$$S_{ABC}=\sqrt{۳}=S_{ADC}+\left(\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\cancel{۲}\times\cancel{۲}\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)\Rightarrow \underbrace{S_{ADC}=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}}$$ ۹)

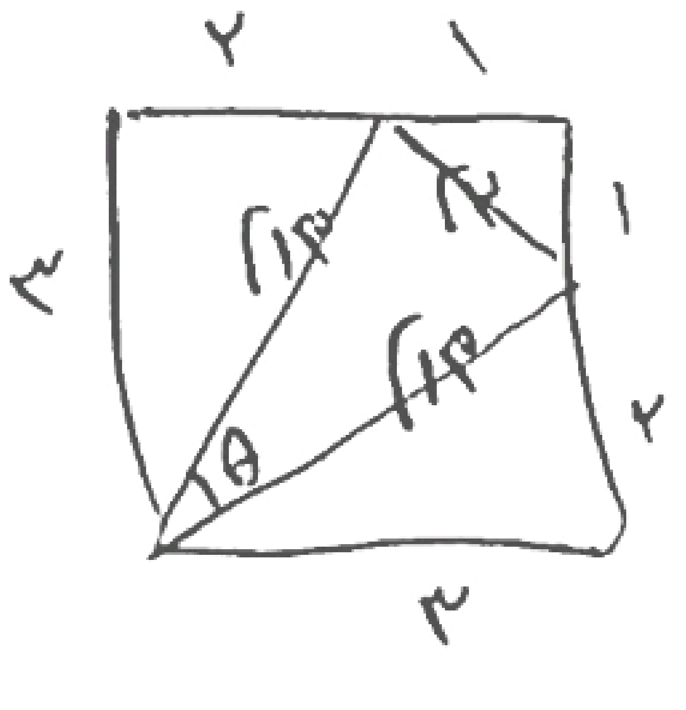
$$\cancel{۲}\times DC\times\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\frac{\cancel{\sqrt{۳}}}{۲}=\frac{۲\cancel{\sqrt{۳}}}{۳}\Rightarrow \underbrace{DC=\frac{۴}{۳}} \rightsquigarrow \frac{۱۲}{۹}+\frac{۴۹}{۹}=AC^۲$$

$$BC=\frac{۷}{۳}$$

$$AC=\sqrt{\frac{۶۱}{۹}}=\frac{\sqrt{۶۱}}{۳}\xrightarrow{\text{قضیه سینوس ها}}\frac{\cancel{۲}(AC)}{\sqrt{۳}}=\frac{\cancel{۲}}{\sin C}\rightarrow \sin C=\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۶۱}}\times ۳$$

$$\Rightarrow \sin ۲C=۲\times\frac{۳\times\sqrt{۳}}{\sqrt{۶۱}}\times\frac{\sqrt{۳۴}}{\sqrt{۶۱}}\Rightarrow \boxed{\sin ۲C=\frac{۶\sqrt{۱۰۲}}{\sqrt{۶۱}}}$$

$$\cos C=\sqrt{\frac{۶۱}{۶۱}-\frac{۲۷}{۶۱}}=\sqrt{\frac{۳۴}{۶۱}}$$



$$\xrightarrow{\text{قضیه کسینوس ها}}$$

$$۲=۱۳+۱۳-۲۶\cos\theta$$ ۱۰)

$$\frac{۱}{۱۳}=۱-\cos\theta\Rightarrow \cos\theta=\frac{۱۲}{۱۳}$$

$$\Rightarrow \sin\theta=\sqrt{\frac{۱۶۹-۱۴۴}{۱۶۹}}=\frac{۵}{۱۳}$$