

سوال ۱ $f(m) = m + [x] \rightarrow y = x + [x] \rightarrow [y] = [x + [x]] = 2[x]$

و $x = y + [y] = y + 2[x] \rightarrow y = x - 2[x] = f^{-1}(m)$

اگر $f(m) = f^{-1}(m) \Rightarrow x + 2[x] = x - 2[x] \rightarrow 4[x] = 0 \rightarrow x < 1$

یعنی در این بازه، فقط هم دیکر، اتفاق می افتد

۱) $f \circ f^{-1}(m) = 2x - \frac{m}{2} \rightarrow x = 2x - \frac{m}{2} \rightarrow x = \frac{m}{2}$

$f(\frac{m}{2}) = 1.5 + [1.5] = 2.5$ $\frac{m}{2} = 2.5 \Rightarrow m = 5$

سوال ۲ $y = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{-b}{d} \rightarrow a = -b$

این تابع هویت است. $y = \frac{am+b}{cm+d} = d+a$ باشد این تابع با تابع هویت برابر است. $\frac{am+b}{cm+d}$

دوباره این تابع نیز صدق می کند $f \circ f^{-1}(a-b) = f \circ f^{-1}(a-b) = a-b$

سوال ۳ $f(m) = \frac{mx+k}{x+m+k} = y \rightarrow x = -\frac{(m+k)y-k}{y-m}$

$f^{-1}(m) = \frac{(m+k)x-k}{m-x}$ $f(m) = f^{-1}(m) \rightarrow \frac{mx+k}{x+m+k} = \frac{mx+kx-k}{m-x}$

$\Rightarrow \cancel{mx^2} + km - \cancel{mx^2} - \cancel{kx} = \cancel{mx^2} + kx^2 - \cancel{kx} + \cancel{m^2x} + kmx - km + kmx$

$\Rightarrow km - mx^2 = (m+k)x^2 + x(4m+4) - km - 4$ $+ 4x - 4$

$\Rightarrow x^2(km+k) + x(4m+4) - 4m-4 = 0$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{a \times b} = \frac{8}{12} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{+c}{a}} = \frac{-b}{c} = \frac{4m+4}{4m+4} = 1$

سوال ۴ $y = |2x+5| - |5x-2|$ $\frac{-5}{2}$ $\frac{2}{5}$

$y = -3x+7 \rightarrow \frac{y-7}{-3} = x \rightarrow f^{-1}(m) = \frac{7-m}{3}$ $x \leq 5, 1$

$$g(n) = rf(n) - 1 \quad rf(n) - 1 = y \rightarrow f(n) = \frac{y+1}{r} \quad \text{وال ۵}$$

$$\frac{1}{r}f^{-1}\left(\frac{y+1}{r}\right) = x \quad g(n) = y \rightarrow g^{-1}(y) = x \rightarrow g^{-1}(y) = \frac{1}{r}f^{-1}\left(\frac{y+1}{r}\right)$$

$$g^{-1}(n) = af^{-1}\left(\frac{n+b}{c}\right) + d \rightarrow a = \frac{1}{r} \quad b = 1 \quad c = r \quad d = -$$

$$\frac{ac+d}{rb} = \frac{\frac{r}{r}}{r} = \frac{1}{r}$$

$$f(n) = x + r\sqrt{x} \quad Df = x \geq 0, \quad Rf = x \geq 0 \Rightarrow Df^{-1} \quad \text{وال ۶}$$

$$f(n) = x + r\sqrt{x} + 1 - 1 = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 = y \rightarrow \sqrt{y+1} = \sqrt{x} + 1$$

$$\rightarrow \sqrt{y+1} - 1 = \sqrt{x} \rightarrow g^{-1}(n) = (\sqrt{y+1} - 1)^2 : n \geq 0$$

$$y = x - 1 + r^x \quad f^{-1}(n), f(n) \quad \text{وال ۷}$$

$$x - 1 + r^x = x \quad \text{نکته: این معادله را می توانیم به روش دیگری حل کنیم}$$

$$\rightarrow r^x = 1 \rightarrow x = 0$$

وال ۸

$$f(n) = x^3 + \varepsilon x \quad y = \sqrt{f^{-1}(n)} = x \rightarrow f^{-1}(n) = x^2, \quad \text{وال ۹}$$

$$f^{-1}(n) \geq x \rightarrow \sqrt{f^{-1}(n)} \geq \sqrt{f^{-1}(n)} \rightarrow f(n) \geq x$$

$$x^3 + \varepsilon x \leq x \rightarrow x^3 + \varepsilon x \leq 0 \rightarrow x(x^2 + \varepsilon) \leq 0 \quad \frac{0}{-1+}$$

$[-\infty, 0]$ در این بازه صحت دارد

$$f(x) = -x + \sqrt{x+c} \quad x)_{-3}$$

9 سوال

$$y+x = \sqrt{x+c} \xrightarrow{\text{توان ۲}} y^2 + x^2 + 2xy = x+c \rightarrow x^2 + (2y-1)x + (y^2-c) = 0$$

$$\Delta \geq 0 \rightarrow 4y^2 + 1 - 4y - 4y^2 + 12 = -4y + 14 \geq 0 \rightarrow y \leq \frac{14}{4}$$

$$x = \frac{1-2y + \sqrt{14-4y}}{2} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x}} y = \frac{1-2x + \sqrt{14-4x}}{2}$$

چون $x)_{-3}$ است باید $(+)$ انتخاب کرد

$$= \frac{-2x - 1 + \sqrt{1-4x}}{2} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x}} \frac{1-2(x+c) + \sqrt{14-4(x+c)}}{2}$$

$$= \frac{-2x - 1 + \sqrt{1-4x}}{2} = g(x)$$

$$Dg(x) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-2x - 1 + \sqrt{1-4x}}{2} = x - 3 \rightarrow -2x - 1 + \sqrt{1-4x} = 2x - 6$$

$$4x + 1 = \sqrt{1-4x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 16x^2 + 8x + 1 = 1 - 4x \rightarrow 16x^2 + 12x = 0$$

$$x(16x + 12) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -\frac{3}{4} \quad g(0) = \frac{-1+1}{2} = 0$$

$$\sqrt{1-4x} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

نکته: نمودار

Date:

Sub:

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = r \rightarrow \sqrt{y} = r - \sqrt{x} \rightarrow y = (r - \sqrt{x})^2, r - \sqrt{x}, \text{ سوال 1.}$$

$$\rightarrow \cdot (m, c) \quad f_0 f(m) = r - \sqrt{(r - \sqrt{x})^2} = r - |r - \sqrt{x}|$$

$$= r - r + \sqrt{x} = \sqrt{x} = f_0 f(m)$$

$$x = r \rightarrow y = r$$

