۱۴/۲۵

ملینا کیانی

۱) الف: تابع f روی نیمساز اول و سوم است پس $f^{-1}=f$ پس نیمساز را نقطه قطع می‌کند

ب) $y=2x-\frac{3}{2} \to x=\frac{3}{2} \longrightarrow f^{-1}$ در دامنه جواب ندارد — نیست

(۲)

۴) $2x+a-ax+2=y \longrightarrow -3x+7=y \to -3y+7=x \to \frac{x-7}{-3}=y$

$D_{f^{-1}},\ R_f,\ (-\infty, \frac{29}{8}]$

(۱/۷۵)

۵) $g(x)=2f(3x)-1 = h \circ f(3x)$

$g^{-1}(x)=af^{-1}(\frac{x+b}{c})+d = f^{-1} \circ h^{-1}(4x)$

$h^{-1}(x)=\frac{x+1}{2} \to h^{-1}(4x)=\frac{4x+1}{2}$

$g^{-1}(x)=f^{-1}(\frac{4x+1}{2})=af^{-1}(\frac{x+b}{c})+d$

$\frac{ac+d}{2b}=\frac{\frac{2}{3}\times 1+6}{2\times\frac{1}{3}}=1$ $\quad \frac{x}{c}=\frac{3}{2}x \to c=\frac{2}{3} / b=\frac{1}{3}$

$\frac{3x+3b}{2}=\frac{x+1}{2}$

(۱/۵)

۶) $x+2\sqrt{x} \to (\sqrt{x}+1)^2-1=y \longrightarrow (\sqrt{y}+1)^2-1=x$

$(\sqrt{x+1}-1)^2$

$D_{f^{-1}}=R_f \quad R_f \to [0,+\infty) / D_{f^{-1}} \to [0,+\infty)$

(۲)

۷) این تابع در حالت f و f^{-1} صعودی هستند پس فقط در (0,0) روی نیمساز اول و سوم قطع می‌کنند

(۲)

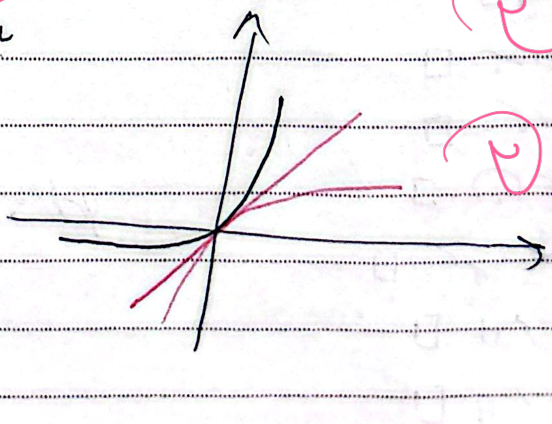
۸) $x^3+4x=x(x^2+4) \to$ با نقطه دادن رسم کرده

$0 \to 0$

$1 \to 5$

$2 \to 16$

پس فقط یک جواب دارد (0,0)



(۲)

$f(x) = -x + \sqrt{x+4} \to -y + \sqrt{y+4} = x \to -y + \sqrt{y+4} = x+4$ ۹

$x = -4 - y + \sqrt{y+4}$ $\quad y = x - 3 \to y + 3 = x$

۱٫۷۵

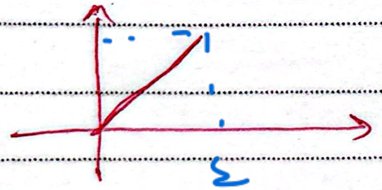
$D_{f^{-1}} = R_f(x) \to (-\infty, 4]$

$2y + 7 = \sqrt{y+4} \to 4(9 + 4y^2 + 28y) = y + 4 \to y^2 + 27y + 18 = 0$

$y = \frac{-12}{4}$ ✓

$\to \frac{-15}{4}$ ✓ غ ق ق $\quad x < -\frac{3}{4}$ جواب رادیکال (−)

$\sqrt{y} = 2 - x \to \sqrt{x} = 2 - \sqrt{y} \to \sqrt{y} = 2 - \sqrt{x}$ $\quad f \circ f = f \circ f^{-1}$ ۱۰



$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \xrightarrow{\sqrt{y} \geq 0} \sqrt{x} \leq 2$

۱٫۲۵

$x \leq 4 \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x \leq 4$

به دلیل شیب $\to 0 \leq y \leq 4$

⑤

$g(x) = t = 2f(3x) - 1 \xrightarrow{g^{-1}} x = g^{-1}(t)$

$\xrightarrow{f^{-1}} f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right) = 3x$

$g^{-1}(t) = \dfrac{f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right)}{3} \longrightarrow a = \frac{1}{3},\ b = 1,\ c = 2,\ d = 0 \longrightarrow \dfrac{ac+d}{2b} = \dfrac{1}{3}$

②

محل برخورد مجانب های قائم و افقی روی $y = x$ است پس $f(x) = f^{-1}(x)$

اثبات جم $\longrightarrow$ مجانب افقی $\to y = \frac{a}{2}$ ، مجانب قائم $\to x = -\frac{b}{2}$ $\longrightarrow \frac{a}{2} = -\frac{b}{2} \longrightarrow a + b = 0$

$f(x) = f^{-1}(x) \longrightarrow f \circ f^{-1}(x) = x \longrightarrow f \circ f^{-1}(5 - \sqrt{6}) = 5 - \sqrt{6}$

③

تابع و همو گرافیک وارون خود را روی $y = x$ قطع می‌کند.

$\dfrac{mx+3}{x+m+3} = x \longrightarrow x^2 + mx + 3x = mx + 3 \longrightarrow x^2 + 3x - 3 = 0$

$\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta} = \dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \dfrac{S}{P} = \dfrac{-3}{-3} = 1$ ①