

۱۸۷۵

دریازن (۱۰۰) بی‌س، برضد دارند

$$\text{مثال (۱)} \quad f(x) = x + [x] \quad \xrightarrow[\text{برآیند}]{\text{از طرف}} [y] = [x + [x]] \Rightarrow [x] = \frac{[y]}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1} = x + \frac{[y]}{2} \Rightarrow y = x - \frac{[x]}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = x - \frac{[x]}{2}$$

$$x - \frac{[x]}{2} = x + [x] \Rightarrow [x] = -\frac{[x]}{2} \Rightarrow \begin{matrix} \nearrow [x] = 0 \\ \rightarrow [x] = 0 \end{matrix}$$

مثال (۲) $f^{-1} \circ f^{-1}(x) = 2x - \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$ **پیدا تابع از هر عدد زوج تا عدد فردی**

$\frac{3}{4} \in \mathbb{Q} \Rightarrow f^{-1} \in \mathbb{R} \Rightarrow$ **جواب قطعی ندارد**

$$y = \frac{ax + 3}{fx + b}$$

$$\text{میان افقی} = \frac{a}{c} = \frac{a}{f}$$

$$\text{میان عمودی} = fx - b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{f}$$

$$f \circ f(5 - \sqrt{4}) = ?$$

$$\Rightarrow y = \frac{-bx + 3}{fx + b}, -b + b = 0 \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x)$$

$$\Rightarrow f \circ f(5 - \sqrt{4}) = 5 - \sqrt{4}$$

مثال (۲)

۲

$$f(x) = \frac{mx + 3}{x + m + 3}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = ?$$

$$\frac{mx + 3}{x + m + 3} = x \Rightarrow x^2 + mx + 3x = mx + 3 \Rightarrow x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 3 = 0 \Rightarrow \text{جمع ریشه ها} \quad S = -\frac{b}{a} = -3$$

$$\text{ضرب ریشه ها} \quad \frac{c}{a} = -3$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{-3}{-3} = 1$$

مثال (۳)

۲

سوال ۳

$$y = \sqrt{(rx+a)^r} - \sqrt{(ax-r)^r} \quad f^{-1}(x) = ?$$

$$\begin{cases} -rx+v \rightarrow \text{برای } x > \frac{r}{a} \\ \sqrt{x+r} & -\frac{a}{r} \leq x \leq \frac{r}{a} \\ rx-v & x < -\frac{a}{r} \end{cases}$$

۱, ۲

$$y = -rx+v \rightarrow -ry = x-v \Rightarrow y = \frac{-x+v}{r}$$

$$D_{f^{-1}} \circ R_f = (-\infty, \frac{r}{a}]$$

$$g(x) = rf(rx) - 1 \xrightarrow{g^{-1}(x)} y = rf(rx) - 1 \Rightarrow x + \frac{1}{r} = f(rx)$$

سوال ۵

$$g^{-1}(x) = a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + d \quad f^{-1}\left(\frac{x+1}{r}\right) = ry \Rightarrow y = \frac{f^{-1}\left(\frac{x+1}{r}\right)}{r}$$

$$\frac{ac+d}{rb} = ?$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c=r \\ a=\frac{1}{r} \\ d=0 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \frac{ac+d}{rb} = \frac{1}{r}$$

$$\frac{\frac{1}{r} \times r + 0}{r(1)} = \frac{\frac{r}{r}}{r} = \frac{1}{r}$$

۲

$$f(x) = x + r\sqrt{x} \Rightarrow y = x + r\sqrt{x} \Rightarrow y = x + r\sqrt{x} + 1 - 1 \Rightarrow$$

سوال ۶

$$y = (\sqrt{x}+1)^r - 1 \Rightarrow y+1 = (\sqrt{x}+1)^r \Rightarrow \sqrt{y+1} = \sqrt{x}+1 \Rightarrow$$

$$\sqrt{y+1} - 1 = \sqrt{x} \Rightarrow x = (\sqrt{y+1} - 1)^2 \Rightarrow y = (\sqrt{x+1} - 1)^2$$

۲

$$f(x) \text{ بر } [1, \infty) = f^{-1}(x) \text{ بر } [1, \infty) \Rightarrow f \text{ بر } [1, \infty) = (\cdot, +\infty) \Rightarrow f^{-1} \text{ بر } [1, \infty) = (\cdot, +\infty)$$

سوال ۷) $y = x - 1 + r^x \Rightarrow$ $x = x - 1 + r^x \Rightarrow$ $r^x = 1 \Rightarrow x = 0$

$x - 1 \rightarrow$ صورتی است
 $r^x \rightarrow$ صورتی است
 $\} \Rightarrow y = x$ خط افقی است
 $\} \Rightarrow$ هم را قطع می کنند $\Rightarrow$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ نقطه

سوال ۸) $f(x) = x^3 + 4x$ $y = \sqrt{f^{-1}(x) - x}$

$f^{-1}(x) - x \geq 0$ $y = x^3 + 4x$

1.75

$x^3 \rightarrow$ صورتی است
 $4x \rightarrow$ صورتی است
 $\} \Rightarrow x^3 + 4x = x \Rightarrow x^3 + 3x = 0 \Rightarrow x(x^2 + 3) = 0$
 $x = 0$
 در این مسئله روش است

$f^{-1}(n) \geq n \rightarrow f(n) \leq n \rightarrow n^3 + 4n \leq 0 \rightarrow n \leq 0$

سوال ۹) $f(x) = -x + \sqrt{x+5}$ $x \geq 3$

$y = x - 3$
 $y = -x + \sqrt{x+5} \Rightarrow y + x = \sqrt{x+5} \Rightarrow (y+x)^2 = x+5 \Rightarrow (y+x)^2 = y+8$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = y + 8 \Rightarrow y^2 + x^2 + 2xy - y - 8 = 0 \Rightarrow y^2 + (2x-1)y + (x^2-8)$

$\Rightarrow y = \frac{-(2x-1) \pm \sqrt{\Delta}}{2} \Rightarrow y = \frac{-2x+1 \pm \sqrt{14-5x}}{2}$

$\Rightarrow y = \frac{-2(x+4)+1 \pm \sqrt{14-5(x+5)}}{2}$

$y = \frac{-2x-7 \pm \sqrt{1-5x}}{2} \Rightarrow x = 0$

سؤال ١٦

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = r \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{y} + \sqrt{x} = r \Rightarrow f^{-1}(x) = f(x)$$

$$\Rightarrow D_f = [0, r] \text{ , } R_f = [0, r] \Rightarrow D_{f^{-1}} = R_f = [0, r]$$