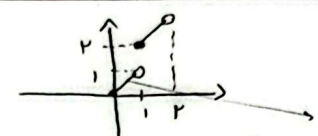
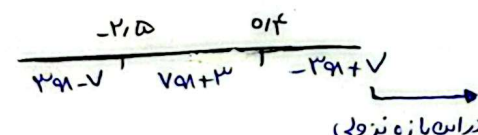


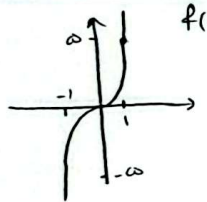
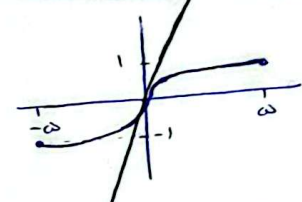
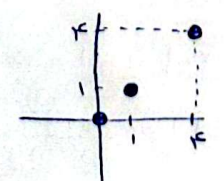
$f \circ f^{-1}(q) = 2q - \frac{3}{2} \rightarrow q = \frac{3}{2}$ (ب) $q \in D_{f^{-1}} \rightarrow q \in R_f \rightarrow$ عدد $\frac{3}{2}$ در برد f قرار ندارد. له با توجه به شکل در صحت این $\frac{3}{2}$ در برد f قرار ندارد.	$f(q) = q + [q]$ (الف)  معکوس این تکه از تابع روی خود تابع قرار می‌گیرد (حدا $y=q$) پس f و f^{-1} روی یک نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.	۱
--	--	---

$y = \frac{aq+b}{cq+d}$ $y = \frac{-bq+3}{4q+b} \rightarrow$ اگر در این دو طرف $f \circ f^{-1}(q) = q$ از طرف $y = \frac{aq+b}{cq+d}$ اگر در این دو طرف معکوس کنیم a و d قرینه یکدیگر باشند این تابع معکوسش بر هم منطبقند.	$y = \frac{aq+b}{cq+d}$ $y = \frac{-bq+3}{4q+b} \rightarrow$ اگر در این دو طرف معکوس کنیم a و d قرینه یکدیگر باشند این تابع معکوسش بر هم منطبقند.	۲
--	---	---

$f^{-1}(m) = \frac{-(m+3)q+3}{q-m}$ $f(m) = \frac{mq+3}{m+m+3} = \frac{-(m+3)q+3}{q-m}$ طرفین را مساوی می‌کنیم $\rightarrow m^2q - m^2m + 3m - 3m = -(m+3)q + 3m - (m+3)^2m + 3(m+3)$ $(2m+3)q^2 + (4m+9)q - (4m+9) = 0$ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$ $= \frac{-\frac{b}{\alpha}}{\frac{c}{\alpha}} = -\frac{b}{c} = \frac{-(4m+9)}{-(4m+9)} = 1$	۳
---	---

$f(q) = \sqrt{(2q+5)^2} - \sqrt{(5q-2)^2}$ $f(q) = 2q+5 - 5q-2 $  $y = -3q+5$ و $y = 5q-2$ جای q و y عوض کنیم $q = -3y+5$ $\frac{q-5}{-3} \rightarrow \frac{5-q}{3} = y$ $D_f = R_{f^{-1}} = [0, 5] \cup (-\infty, -\frac{5}{3}]$ $D_{f^{-1}} = (-\infty, \frac{5}{3}]$	۴
---	---

$g(q) = 2f(3q)-1$ $g^{-1}(m) = a f^{-1}(\frac{m+b}{c}) + d$ $g(a f^{-1}(\frac{m+b}{c}) + d) = m$ $2f(3a f^{-1}(\frac{m+b}{c}) + 3d) - 1 = m$ $f(3a f^{-1}(\frac{m+b}{c}) + 3d) = \frac{m+1}{2}$ $f^{-1}(\frac{m+1}{2}) = 3a f^{-1}(\frac{m+b}{c}) + 3d$ $\rightarrow \begin{matrix} b=1 & c=2 \\ a=\frac{1}{3} & d=0 \end{matrix}$	۵
--	---

$f(x) = x + 2\sqrt{x}$ $y = (\sqrt{x+1} - 1)^2 \rightarrow x+1+1 - 2\sqrt{x+1}$ $\hookrightarrow y = x+2 - 2\sqrt{x+1}$ $x = y + 2\sqrt{y} + 1 - 1$ $x = (\sqrt{y+1})^2 - 1$ $x+1 = (\sqrt{y+1})^2$ <u>جزئیگیر</u> $\sqrt{x+1} = \sqrt{y+1} \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x+1} - 1$ $\sqrt{x+1} - 1 \geq 0$ $\sqrt{x+1} \geq 1$ $x+1 \geq 1$ ① $D_{f^{-1}} = x \geq -1$ ② $① \cap ② = [0, +\infty)$	۶
$y = x - 1 + 2^{x^2}$ $2^{x^2} - 1 + x = x \rightarrow 2^{x^2} - 1 = 0 \rightarrow 2^{x^2} = 1 \rightarrow x = 0$ $x=0$ تابع 2^{x^2} و $x-1$ دو تابع صعودی الیعدمتند و چون تابع صعودی الیعد صعودی الیعد است در نتیجه <u>فقط</u> معکوس خود را در نیمساز ناحیه اول و سوم قطع می کنند. $\hookrightarrow$ در نقطه $(0,0)$ قطع می کنند. یک نقطه	۷
$f(x) = x^3 + 4x$   $y = \sqrt[3]{f(x)} - x \rightarrow f^{-1}(x) > x \rightarrow$ در بازه $(-\infty, 0]$ معکوس بالاتر از تابع $y=x$ قرار می گیرد پس دامنه $[-\infty, 0]$ و نقطه $(0,0)$ عدد صحیح نامنفی را این تابع جای می گیرد $x=0$ سوال ۹ در آخر صفحه	۸
$f(x) = -x + \sqrt{x+4} \rightarrow y = -(\sqrt{x+4} - \frac{1}{4})^2 + 4 - \frac{1}{4} \Rightarrow y = -(\sqrt{x+4} - \frac{1}{4})^2 + \frac{15}{4}$ $\frac{y-15/4}{-1} = (\sqrt{x+4} - \frac{1}{4})^2 - 4 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = (\sqrt{x + \frac{15}{4}} + \frac{1}{4})^2 - 4$ <u>مراحله</u> $f^{-1}(x) = (\sqrt{-(x+4) + \frac{15}{4}} + \frac{1}{4})^2 - 4 \rightarrow (\sqrt{-x - \frac{1}{4}} + \frac{1}{4})^2 - 4 = x - 3 \Rightarrow -x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \sqrt{-x - \frac{1}{4}} = x - 3$ $2x - 3 = \sqrt{-x - \frac{1}{4}} \Rightarrow (2x - 3)^2 = (-x - \frac{1}{4}) \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 + x + \frac{1}{4} = 0$ $4x^2 - 11x + \frac{37}{4} = 0 \quad \Delta = 121 - 4(\frac{37}{4}) \times 4 = 121 - 148 \rightarrow \Delta < 0$ <u>نقطه بر محور ندارد</u>	۹
$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \quad \sqrt{y} + \sqrt{x} = 2$ برای تابع اگر جای x و y را عوض کنیم همین عبارت درست می آید در واقع خود تابع و معکوسش یکسان است $f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$ $f(x) = f^{-1}(x)$ $\rightarrow x=4 \rightarrow y=0 \rightarrow f(f(4)) = 4$ $\rightarrow x=0 \rightarrow y=4 \rightarrow f(f(0)) = 0$ $\rightarrow x=1 \rightarrow y=1 \rightarrow f(f(1)) = 1$ 	۱۰

$$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \rightarrow y = (2 - \sqrt{x})^2 \quad f \circ f(x) = f((2 - \sqrt{x})^2)$$

$$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{(2 - \sqrt{x})^2} = 2 - |2 - \sqrt{x}| \rightarrow 2 - 2 + \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x} \rightarrow y = x$$

سوال 4 ← قدریہ نسبت بہ بنیاس اول و دوم ← وارون تابع

$$y = -x + \sqrt{x+4} \quad x \geq -4$$

$$\hookrightarrow (-\infty, -4] \text{ پر}$$

$$\hookrightarrow f^{-1} = x = -y + \sqrt{y+4} \rightarrow D_{f^{-1}}(-\infty, 4] \xrightarrow[\frac{-4}{-2}]{\frac{4}{2}} x+4 = -y + \sqrt{y+4}$$

$$x+4 = -x+4 + \sqrt{x-4+4} \rightarrow 2x+1 = \sqrt{x+1} \rightarrow 4x^2+4x+1 = x+1$$

$$4x^2+3x=0$$

$$x=0 \quad x=-\frac{3}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4x^2+3x=0 \\ x=0 \quad x=-\frac{3}{4} \end{array} \right\} \rightarrow \text{در دامنه است}$$

۱۲ بار بر فوری کنند