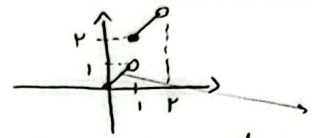


$$f \circ f^{-1}(x) = 2x - \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{3}{2} \quad (ب)$$

$x \in D_{f^{-1}} \rightarrow x \in R_f \rightarrow$ عدد $\frac{3}{2}$ در برد f قرار ندارد.
لذا با توجه به شکل درستی است $\frac{3}{2}$ در برد f قرار ندارد.

$$f(x) = x + [x]$$



معکوس این تکه از تابع روی خود تابع قرار میگیرد (حدا $y=x$) پس f و f^{-1} روی یک نقطه یکدیگر را قطع می کنند.

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

$$y = \frac{-bx + b}{cx + d}$$

$$f \circ f^{-1}(x) = x$$

اگر در نمودار معکوس را ترسیم کنیم

a و d قرینه یکدیگر باشند این تابع معکوسش برعکس منطبقند

$$\left. \begin{array}{l} \text{مجاوب قائم} = -\frac{b}{c} \\ \text{مجاوب افقی} = \frac{a}{c} \end{array} \right\} \text{روی } y=x \rightarrow \frac{a}{c} = -\frac{b}{c} \rightarrow a = -b$$

$$f \circ f^{-1}(x) \xrightarrow{\star} f \circ f^{-1}(x) \xrightarrow{\star} f \circ f^{-1}(x - \sqrt{2}) = x - \sqrt{2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-(x+3)x+3}{x-m}$$

$$+ f(x) = f(k) \quad \frac{mx+3}{x+m+3} = \frac{-(m+3)x+3}{x-m}$$

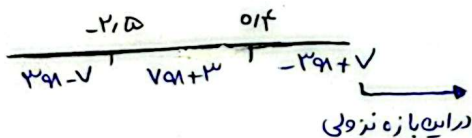
$$\text{طرفین و ساده کنیم} \rightarrow mx^2 - m^2x + 3x - 3m = -(m+3)x + 3x - (m+3)^2x + 3(m+3)$$

$$(2m+3)x^2 + (4m+9)x - (4m+9) = 0$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = \frac{-(4m+9)}{-(4m+9)} = 1$$

$$f(x) = \sqrt{(2x+5)^2} - \sqrt{(5x-2)^2} \quad f_{\rightarrow}(x) = |2x+5| - |5x-2|$$



$$y = -3x+7 \quad x = -3y+7$$

$$\frac{x-7}{-3} \rightarrow \frac{7-x}{3} = y$$

$$D_f = R_{f^{-1}} = [0, \infty) \leftarrow f^{-1}(x)$$

$$D_{f^{-1}} = (-\infty, \frac{7}{3}]$$

$$g(x) = 2f(3x) - 1$$

$$g^{-1}(x) = a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + d$$

$$g\left(a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + d\right) = x$$

$$2f\left(3a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + 3d\right) - 1 = x$$

$$f\left(3a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + 3d\right) = \frac{x+1}{2}$$

$$f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) = 3a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + 3d$$

$$\rightarrow \begin{array}{l} b=1 \quad c=2 \\ a=\frac{1}{3} \quad d=0 \end{array}$$

$$\frac{\frac{1}{3} \times 2 + 0}{2} = \frac{1}{3}$$

$f(x) = x + 2\sqrt{x}$
 $y = (\sqrt{x+1} - 1)^2 \rightarrow x+1+1 - 2\sqrt{x+1}$

وارو تابع $x = y + 2\sqrt{y} + 1 - 1$
 $y = x+2 - 2\sqrt{x+1}$

$x = (\sqrt{y+1})^2 - 1$

$x+1 = (\sqrt{y+1})^2$ جزئیگیر
 $\sqrt{x+1} = \sqrt{y+1} \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x+1} - 1$

$\sqrt{x+1} - 1 \geq 0$
 $\sqrt{x+1} \geq 1$
 $x+1 \geq 1$ ①
 $x \geq 0$ ②
 $D_{f^{-1}} = x \geq -1$ ③
 $① \cap ② \cap ③ = [0, +\infty)$

6

$y = x - 1 + 2^{x^2}$

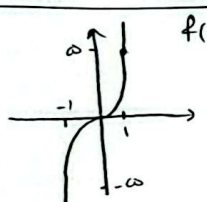
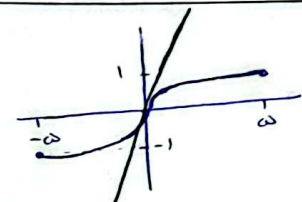
تابع 2^{x^2} و $x-1$ دو تابع صعودی الیعدمتند و چون دو تابع صعودی الیعد
 صعودی الیعد است در نتیجه فرضیه معکوس خود را در نیمساز ناحیه اول و
 سوم قطع می کنند.

$2^{x^2} - 1 + x = x \rightarrow 2^{x^2} - 1 = 0 \rightarrow 2^{x^2} = 1 \rightarrow x = 0$

له در نقطه (0,0) قطع می کنند. یک نقطه

7

$f(x) = x^3 + 4x$

قریب نسبت
 به نیمساز ناحیه
 اول و سوم

با توجه به شکل تابع $f^{-1}(x)$ در بازه $(-\infty, 0]$ معکوس بالاتر
 از تابع $y=x$ قرار می گیرد پس دامنه $[-\infty, 0]$
 و نقطه عدد صحیح نامنفی در این تابع جای می گیرد

$x=0$ سوال 9 در آخر صفحه

8

$f(x) = -x + \sqrt{x+4}$
 $y = -(\sqrt{x+4} - \frac{1}{4})^2 + 4 - \frac{1}{4} \Rightarrow y = -(\sqrt{x+4} - \frac{1}{4})^2 + \frac{15}{4}$

جای x و y $\frac{15}{4} = (\sqrt{-(y-\frac{15}{4})} + \frac{1}{4})^2 - 4 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = (\sqrt{-(y-\frac{15}{4})} + \frac{1}{4})^2 - 4$

$f^{-1}(x) = (\sqrt{-(x+4)+\frac{15}{4}} + \frac{1}{4})^2 - 4 \rightarrow (\sqrt{-x-\frac{1}{4}} + \frac{1}{4})^2 - 4 = x-3 \Rightarrow -x-\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \sqrt{-x-\frac{1}{4}} = x-3$

$2x-3 = \sqrt{-x-\frac{1}{4}} \Rightarrow (2x-3)^2 = (-x-\frac{1}{4}) \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 + x + \frac{1}{4} = 0$

نقطه بر محور ندارد
 $4x^2 - 11x + \frac{37}{4} = 0$
 $\Delta = 121 - 4(\frac{37}{4}) \times 4 = 121 - 148 \rightarrow \Delta < 0$

9

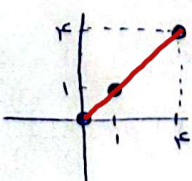
$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$
 $\sqrt{y} + \sqrt{x} = 2$

در این تابع اگر جای x و y را عوض کنیم همین عبارت درست می آید
 در واقع خود تابع و معکوسش یکسان است

$f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$

له پس $f(x) = f^{-1}(x)$

$\rightarrow x=4 \rightarrow y=0 \rightarrow f(f(4)) = 4$
 $\rightarrow x=0 \rightarrow y=4 \rightarrow f(f(0)) = 0$
 $\rightarrow x=1 \rightarrow y=1 \rightarrow f(f(1)) = 1$



چرخه اولی "1, 1, 4, 4"

10

$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \rightarrow y = (2 - \sqrt{x})^2$
 $f \circ f(x) = f((2 - \sqrt{x})^2)$

$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{(2 - \sqrt{x})^2} = 2 - |2 - \sqrt{x}| \rightarrow 2 - 2 + \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x} \rightarrow y = x$

سوال 4 ← قدریہ سنج بہ بنیاس اول و دوم ← وارون تابع

۱,۷۵

$$y = -x + \sqrt{x+4} \quad x \geq -4$$

$$\hookrightarrow (-\infty, -4] \text{ پر}$$

$$\hookrightarrow f^{-1} = x = -y + \sqrt{y+4} \rightarrow D_{f^{-1}}(-\infty, 4] \xrightarrow[\frac{-4}{-4}]{\frac{4}{4}} x+4 = -y + \sqrt{y+4}$$

$$x+4 = -x+4 + \sqrt{x-4+4} \rightarrow 2x+1 = \sqrt{x+1} \rightarrow 4x^2+4x+1 = x+1$$

$$\left. \begin{array}{l} 4x^2+3x=0 \\ x=0 \quad x=-\frac{3}{4} \end{array} \right\} \rightarrow \text{درامند صحت}$$

۲ بار بر خوردی کنند

غور چون جواب رادیکال

منفی من سرور