سارا عبداللهی

۱)

$x+[x]=y$

$y=x-[y]$

$[x+[x]]=[y]$

$y=x-2[x]$

$2[x]=[y]$

$f(x)=f^{-1}(x)$

$\cancel{x}+[x]=\cancel{x}-2[x] \qquad 3[x]=0$

الف) بی‌شمار $\qquad [x]=0 \qquad 0\leq x<1$

ب)

$fof^{-1}(x)=x=2x-\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}=x$

---

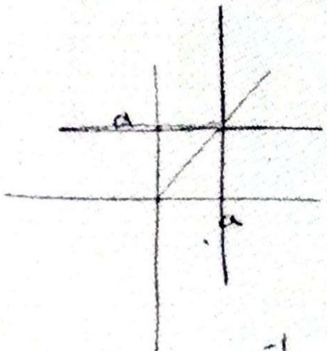
۲)

$-\frac{b}{4}=\frac{a}{4} \Rightarrow a=-b$

یا

$a+b=0 \Longrightarrow a=-b$

در این نوع توابع معکوس‌پذیر با خودشان برابر است



$fof(x) \xrightarrow{f(x)=f^{-1}(x)} fof^{-1}(x)=x$

$fof^{-1}(5-\sqrt{6})=5-\sqrt{6}$

(۳

$$f(x)=\frac{mx+3}{x+(m+3)} \qquad f^{-1}(x)=\frac{-(m+3)x+3}{x-m}$$

$$\frac{-(m+3)x+3}{x-m}=\frac{mx+3}{x+(m+3)} \Rightarrow -(m+3)x^2-(m+3)^2+3x+3(m+3)=$$

$$mx^2-m^2x+3x-3m$$

$$(-m-3-m)x^2$$

$$m^2-m-6=0 \qquad \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{S}{P}=\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}}=\frac{-b}{c}=\frac{1}{-6}=\frac{-1}{6}$$

(۴

$$f(x)=|2x+5|-|5x-2|$$

$-\frac{5}{2}$		$\frac{2}{5}$
$-2x-5+5x-2$	$2x+5+5x-2$	$2x+5-5x+2$
$3x-7$	$7x+3$	$-3x+7$ ✓

$$-3y+7=x$$

$$y=\frac{x-7}{-3} \longrightarrow y=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$$

(۵

$$2f(3x)-1=t \qquad g(x)=t$$

$$f(3x)=\frac{t+1}{2} \rightarrow 3x=f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right) \rightarrow x=\frac{f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right)}{3}$$

$$g^{-1}(t)=x \longrightarrow g^{-1}(t)=\frac{f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right)}{3}$$

$$\rightarrow g^{-1}(x)=\frac{f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)}{3} \rightarrow a=\frac{1}{3} \quad b=1 \quad c=2 \quad d=0$$

$$\frac{ac+d}{2b} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{3}$$

(۶

$$x=y+2\sqrt{y}$$

$$x=(\sqrt{y}+1)^2-1 \qquad D_{f^{-1}}=R_f=x\geq 0$$

$$x+1=(\sqrt{y}+1)^2$$

$$\sqrt{x+1}=\sqrt{y}+1$$

$$(\sqrt{x+1}-1)^2=y$$

(۷

$f(x) = f^{-1}(x) \qquad f(f(x)) = f(f^{-1}(x)) = x$

$f(x-۱+۲^{x}) = x \longrightarrow \cancel{x}-۱+۲^{x}-۱+۲^{x-۱+۲^{x}} = \cancel{x}$

$۲^{x}+۲^{x+۱} = ۲ \longrightarrow ۲^{x}(۱+۲^{۱}) = ۲ \qquad ۲^{x} = ۲/۳$

$\xrightarrow{\log_۲} \log_۲ ۲^{x} = \log_۲ \frac{۲}{۳} \longrightarrow x = \log_۲ \frac{۲}{۳}$

(۸

$f^{-1}(x) \geqslant x$

$\xrightarrow{\text{از دو طرف } f(x) \text{ می‌گیریم}} x \geqslant f(x) \longrightarrow x \geqslant x^{۳}+۴x$

$\longrightarrow x^{۳}+۳x \leqslant ۰$

$x(\underbrace{x^{۲}+۳}_{+\text{همواره}}) \leqslant ۰ \qquad x \leqslant ۰$

یک عدد $\leftarrow (۰)$

(۹

$D_{f^{-1}}: x \geqslant ۴$

وارون $\longrightarrow f^{-1}(x) \xrightarrow{\text{چپ}} f^{-1}(x+۴) = g(x)$

$f^{-1}(x+۴) = x-۳ \xrightarrow{f} x+۴ = f(x-۳)$

$-(x-۳)+\sqrt{x-۳+۴} = x+۴ \Rightarrow -x+۳+\sqrt{x+۱} = x+۴$

$\sqrt{x+۱} = ۲x+۱ \longrightarrow x+\cancel{۱} = ۴x^{۲}+۴x+\cancel{۱}$

$۴x^{۲}+۳x = ۰ \qquad x(۴x+۳) = ۰ \qquad x = ۰, \quad x = -\frac{۳}{۴}$

(۱۰

$f^{-1}(x) = f(x) \longrightarrow fof(x) = fof^{-1}(x) = x$

$x \geqslant ۰$