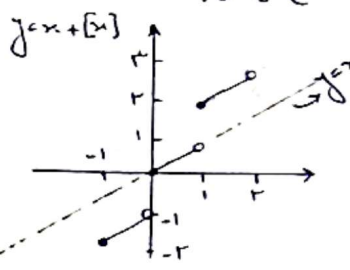


۲۰ صد آفرین ت

۱. f تابع $f(x)$ چون معکوس است پس $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ یکدیگر را در $y=x$ قطع می‌کنند! (این خط $y=x$ روی شکل کشیده و واضح است که در بازه x این در نمودار یکدیگر را قطع می‌کنند پس $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ هم روی این شیار نقطه قطع می‌کنند)

(ب) از غنی بید $f \circ f^{-1}(x) = x$ و $x \in D_{f^{-1}} \rightarrow x \in \mathbb{R} \rightarrow x \in \mathbb{R} \rightarrow x \in \mathbb{R}$

این $x \in \mathbb{R}$ به شرطی که f معکوس در $f(x)$ نیست پس جواب ندارد!



۲. $y = \frac{ax+r}{kx+b}$ این دو روی یک شیار نامیده می‌شوند. هم یکدیگر را قطع می‌کنند یعنی $y=x$ با هم مساوی اند!

دقیقاً $a=-b$ است یعنی $f^{-1}(x)$ و $f(x)$ در واقع یک نمودار هستند و پس $f(x) = f^{-1}(x)$

$f \circ f^{-1}(x) = f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow f \circ f^{-1}(x) = x$

۳. $f(x) = \frac{mx+r}{x+m+r} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(m+r)x-r}{x-m} = \frac{-(m+r)x+r}{x-m}$ نقطه تقاطع $\frac{mx+r}{x+m+r} = \frac{-(m+r)x+r}{x-m}$

$\rightarrow mx^2 + rx - m^2x - rm = -(m+r)x^2 - (m+r)^2x + rx + rm + 9$

$\rightarrow (r+m+r)x^2 + (-m^2+m^2+4m+9)x - 4m-9 = 0 \rightarrow (2m+r)x^2 + (4m+9)x - 4m-9 = 0$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta+\alpha}{\beta\alpha} = \frac{S}{P} = \frac{-b}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{c} = \frac{-4m-9}{-4m-9} = 1$

۴. $f(x) = \sqrt{(x+\omega)^2} - \sqrt{(x-r)^2} = |x+\omega| - |x-r|$

$x \geq \frac{r}{\omega} \rightarrow x+\omega - (x-r) = -r + \omega$ منفی $\rightarrow f^{-1}(x) \rightarrow x = -ry + v \rightarrow \frac{x-v}{-r} = y$ و $x \leq \frac{r}{\omega}$

$x < \frac{r}{\omega} \rightarrow x+\omega + (x-r) = 2x - r + \omega$ معکوس

$x < -\frac{r}{\omega} \rightarrow -x-\omega + (x-r) = -r - \omega$ معکوس

۵. $g(x) = rf(rx) - 1 \rightarrow \frac{g(x)+1}{r} = f(rx) \rightarrow rx = f^{-1}\left(\frac{g(x)+1}{r}\right) \rightarrow x = \frac{1}{r} f^{-1}\left(\frac{g(x)+1}{r}\right)$

$\frac{g(x)+1}{r} = y \rightarrow g^{-1}(y) = \frac{1}{r} f^{-1}\left(\frac{y+1}{r}\right) \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{r} f^{-1}\left(\frac{x+1}{r}\right)$ $a = \frac{1}{r}, b = 1, c = r, d = 0$

$\rightarrow \frac{ac+d}{rb} = \frac{\frac{1}{r}r+0}{r \cdot 1} = \frac{1}{r}$

