صبا وفازاده تکلیف شماره ۱۱ دوازدهم دختر B

۱)

الف) $x = y+[y] \longrightarrow [x]=[y+[y]]$ $\quad [x]=2[y]$ $\quad [y]=\frac{[x]}{2}$ $\quad x = y+\frac{[x]}{2}$

$f^{-1}(x)= x-\frac{[x]}{2}$ $\quad f^{-1}(x)=f(x)$ $\quad x-\frac{[x]}{2}=x+[x]$ $\quad \frac{3[x]}{2}=0$ $\quad [x]=0 \longrightarrow$ بی‌شمار برخورد

ب) $fof^{-1}(x)=x$ $\quad x=2x-\frac{3}{2}$ $\quad x=\frac{3}{2}$

۲)

با توجه به توضیحات سوال $f(x)=f^{-1}(x)$ است

$fof(x)=fof^{-1}(x)=x$ $\quad fof^{-1}(5-\sqrt{9})=5-\sqrt{9}$

۳)

$\frac{mx+3}{x+m+3}=x$ $\quad x^2+mx+3x=mx+3$ $\quad x^2+3x-3=0$ $\quad \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-3}{-3}=1$

۴)

$f(x)=|2x+5|-|5x-2|$

| | $-\frac{5}{2}$ | | $\frac{2}{5}$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-2x-5+5x-2$ | | $2x+5+5x-2$ | | $2x+5-5x+2$ |
| $3x-7$ | $-14{,}5$ | $7x+3$ | $5{,}8$ | $-3x+7$ |

$y=-3x+7$ $\quad x=-3y+7$

$3y=-x+7 \longrightarrow y=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ $\quad f^{-1}(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ $\quad x\leqslant 5{,}8$

۵)

$g(x)=t$ $\quad g^{-1}(t)=x$ $\quad t=2f(3x)-1$ $\quad f(3x)=\frac{t+1}{2} \longrightarrow 3x=f^{-1}(\frac{t+1}{2})$ $\quad x=\frac{f^{-1}(\frac{t+1}{2})}{3}$

$g^{-1}(x)=\frac{1}{3}f^{-1}(\frac{x+1}{2})$ $\quad a=\frac{1}{3}$ $\quad b=1$ $\quad c=2$ $\quad d=0$ $\quad \frac{ac+d}{2b}=\frac{\frac{2}{3}+0}{2}=\frac{1}{3}$

۶)

$f(x)=x+2\sqrt{x}+1-1$ $\quad f(x)=(\sqrt{x}+1)^2-1$ $\quad x=(\sqrt{y}+1)^2-1$ $\quad y=(\sqrt{x+1}-1)^2$

$f^{-1}(x)=(\sqrt{x+1}-1)^2$ $\quad x\geqslant 0$

۷)

تابع y یک تابع صعودی است $\longrightarrow x-1+2^x=x$ $\quad 2^x=1$ $\quad x=0$ $\quad$ در یک نقطه قطع می‌کند

۱۰)

$\sqrt{y}=2-\sqrt{x}$ $\quad y=(2-\sqrt{x})^2$ $\quad fof(x)=(2-\sqrt{(2-\sqrt{x})^2})^2$ $\quad fof(x)=x$