

۱۴/۵

(۱) الف) $x = y + [y] \rightarrow [x] = [y + [y]] \quad [x] = 2[y] \quad [y] = \frac{[x]}{2} \quad x = y + \frac{[x]}{2}$
 $f'(x) = x - \frac{[x]}{2} \quad f'(x) = f(x) \quad x - \frac{[x]}{2} = x + [x] \quad \frac{3[x]}{2} = 0 \quad [x] = 0 \rightarrow$ بی‌شمار برخورد
 ب) $f \circ f^{-1}(x) = x \quad x = 2x - \frac{3}{2} \quad x = \frac{3}{2}$ حرکت از هر دو زوج تا عدد فردی است حرکت از هر دو زوج تا عدد فردی است

(۲) $f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x \quad f \circ f^{-1}(a - \sqrt{a}) = a - \sqrt{a}$
 با توجه به توضیحات سوال $f(x) = f^{-1}(x)$ است

(۳) $\frac{mx + 3}{x + m + 3} = x \quad x^2 + mx + 3x = mx + 3 \quad x^2 + 3x - 3 = 0 \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-3} = -1$

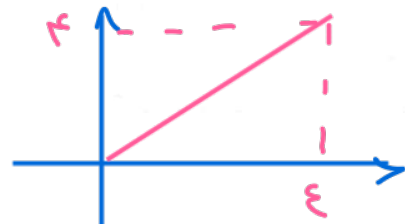
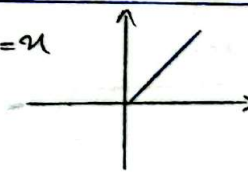
(۴) $f(x) = |2x + 5| - |5x - 2|$
 $y = -3x + 7 \quad x = -\frac{1}{3}y + \frac{7}{3}$
 $3y = -x + 7 \rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \quad f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \quad x \leq 5, 1$

(۵) $g(x) = t \quad g^{-1}(t) = x \quad t = 2f(3x) - 1 \quad f(3x) = \frac{t+1}{2} \rightarrow 3x = f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right) \quad x = \frac{f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right)}{3}$
 $g^{-1}(x) = \frac{1}{3}f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) \quad a = \frac{1}{3} \quad b = 1 \quad c = 2 \quad d = 0 \quad \frac{ac+d}{3b} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 2 + 0}{3 \cdot 1} = \frac{2}{9}$

(۶) $f(x) = x + 2\sqrt{x+1} - 1 \quad f(x) = (\sqrt{x+1})^2 - 1 \quad x = (\sqrt{y+1})^2 - 1 \quad y = (\sqrt{x+1} - 1)^2$
 $f^{-1}(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2 \quad x \geq 0$

(۷) تابع y یک تابع صعودی است $\rightarrow x - 1 + 2^x = x \quad 2^x = 1 \quad x = 0$
 در یک نقطه قطع می‌کند

(۸) $\sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \quad y = (2 - \sqrt{x})^2 \quad f \circ f(x) = (2 - \sqrt{(2 - \sqrt{x})^2})^2 \quad f \circ f(x) = x$
 $\sqrt{y} = -\sqrt{x} + 2 \xrightarrow{y \geq 0} \sqrt{x} \leq 2 \rightarrow x \leq 4, x \geq 0$
 $D_f = [0, 4] \cap \mathbb{R}$
 $R_f = [0, 4] \cap \mathbb{R} \quad f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$
 $I \cap I \rightarrow D_f = R_f \rightarrow f(x) = f^{-1}(x)$



$$f(n) \xrightarrow[\text{نیاز}]{\text{تقریب}} f^{-1}(n) \xrightarrow[\text{تقریب}]{\text{تقریب}} f^{-1}(n+1) \rightarrow g(n) = f^{-1}(n+1)$$

9

$$n-1 \in f^{-1}(n+1) \xrightarrow{f} f(n-1) \in n+1$$

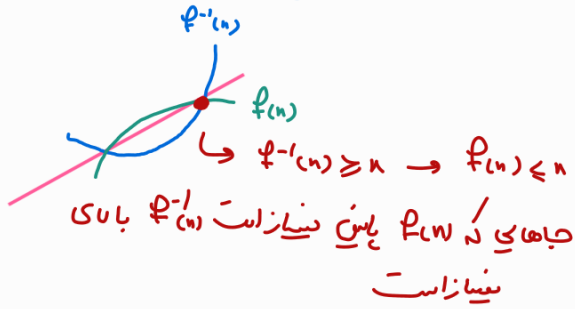
$$-n+1+\sqrt{n+1} = n+1 \rightarrow 2n+1 = \sqrt{n+1} \quad \leftarrow n^2+2n+1 \in n+1$$

$$n^2+2n=0 \rightarrow n < 0 \quad \checkmark$$

جواب را اینجا بنویس: $x = -\frac{2}{1}$

$f(n)$ ایک عددی مرابطہ ہے، f و f^{-1} ہم دیکھ رہے ہیں کہ $y < x$ کا قطع مرابطہ

1



$$\rightarrow n^2+2n \leq n \rightarrow n(n^2+2) \leq 0 \rightarrow n \leq 0$$