

۱

$$f(x) = x + [x]$$

الف) $f(x)$ از مجموع دو تابع صعودی x و $[x]$ به دست آمده، پس معکوس وجود دارد و آن به ازای $x \in [0, 1) \Leftrightarrow [x] = 0$ $x = x + [x]$ روی نیاز دارد و معکوس است به این نقطه اتفاق می افتد

ب) معکوس در جواب قرار $x = 2x - \frac{p}{p} = 1 \Rightarrow x = \frac{p}{p} = 1$ D_f

$$D_{f^{-1}} = R_f = [2h, 2h+1)$$

$$f \circ f^{-1}(x) = 2x - \frac{p}{p}$$

$$f \circ f^{-1}(x) = x$$

۲

معکوس در جواب اتفاق می افتد و معکوس نیاز دارد

$$g = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$\Leftrightarrow$ تابع دوارنی - تطبیق هستند $f \circ f^{-1}(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$

$$f \circ f^{-1}(x - \sqrt{y}) = x - \sqrt{y}$$

۳

$$f(x) = \frac{mx+p}{x+m+p}$$

$$f^{-1} = -\frac{(m+p)x-p}{x-m}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta} = \frac{\delta}{p} = -\frac{b}{\alpha} = -\frac{b}{c} = \frac{-(4m+9)}{-4m-9} = 1$$

$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{mx+p}{x+m+p} = \frac{(m+p)x-p}{m-x}$$

$$m^2x + pm - mx^2 - \frac{p}{x} = (m+p)x + \frac{p}{x} + (m+p)x$$

$$(2m+p)x^2 + (4m+9)x - 4m - 9 = 0 - p(m+p)$$

۴

$$f(x) = \sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(2x-1)^2} = |x+2| - |2x-1|$$

$$f^{-1}(x) = \frac{v-x}{w} \quad x \leq x_1$$

x	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	
y	$3x-5$ صغری	$4x+3$ صغری	$-3x+7$ بزرگ

۵

$$g(x) = 2 + f(3x) - 1$$

$$2x-1 = h(x)$$

$$3x = t(x)$$

$$g(x) = h \circ f \circ t(x)$$

$$g^{-1}(x) = t^{-1} \circ f^{-1} \circ h^{-1}(x) \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{f^{-1}(x+1)}{3} = a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + d$$

$$a = \frac{1}{3} \quad b = 1 \quad c = 2 \quad d = 0 \quad \frac{ac+d}{rb} = \frac{\frac{1}{3}+0}{2} = \frac{1}{6}$$

از این
پس
میان
میان

$$f(x) = x + 2\sqrt{x}$$

$$f^{-1}(x) \Rightarrow x = y + 2\sqrt{y} + 1 - 1 \Rightarrow x = (\sqrt{y} + 1)^2 - 1 \\ \Rightarrow (\sqrt{x+1} - 1)^2 = y \quad x \geq 0$$

$$y = x - 1 + 2\sqrt{x}$$

اکبر (صوری) اکبر (صوری)

جمع دو تابع اکبر (صوری) = اکبر (صوری) /
 $\Leftarrow$ دارند خود را روی $x = y$ قطع می کنند

$$x = x - 1 + 2\sqrt{x}$$

$$1 = 2\sqrt{x} \\ \Rightarrow x = 0$$

$$(0, 0)$$

$$y = \sqrt{f^{-1}(x) - x}$$

$$f(x) = x^3 + \varepsilon x$$

از طرفی $f(x)$ اکبر (صوری) است پس $f^{-1}(x) \geq x$ $\Rightarrow x \geq f(x) \Rightarrow x \geq x^3 + \varepsilon x$
 $f^{-1}(x) - x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) \geq x \Rightarrow x \geq x^3 + \varepsilon x$
 $\Rightarrow x^3 + \varepsilon x \leq 0 \quad x \in [-\infty, 0]$
 $x(x^2 + \varepsilon) \leq 0$
 0 تنها عضو مطلق را در این است

$$f(x) = -x + \sqrt{x+1} \quad x \geq -1$$

$$f^{-1}(x+\varepsilon) = x-1$$

$$-x+1+\sqrt{x+1} = x+\varepsilon$$

$$f(x-1) = x+\varepsilon$$

$$\sqrt{x+1} = 2x + \varepsilon \quad x \geq -\frac{1}{2}$$

$$x+1 = \varepsilon x^2 + \varepsilon x + 1$$

$$f(-1) = \varepsilon \quad \checkmark$$

$$\varepsilon x^2 + \varepsilon x = 0 \rightarrow x=0 \rightarrow f(-1) = \varepsilon$$

$$\rightarrow x = -\frac{1}{2} \rightarrow f(-1-\frac{1}{2})$$

$$f(-1-\frac{1}{2}) \neq \varepsilon$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 = f(x)$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{y} + \sqrt{x} = 2$$

$$f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f \quad f(x) = x$$

این تابع بر آن معکوس است

$$x \in D_f \Rightarrow x \in [0, 2]$$

