

$$f(x) = x + [x] \rightarrow [x] = y - x$$

-۱

$$y = x + [x] \rightarrow [y] = [x + [x]] \rightarrow [y] = 2[x] = 2(y - x)$$

(الف)

$$\rightarrow [y] = 2y - 2x \rightarrow 2x = 2y - [y] \rightarrow x = y - \frac{1}{2}[y] \xrightarrow{\text{جای } y \text{ عوض}} y = x - \frac{1}{2}[x]$$

$$f^{-1}(x) = x - \frac{1}{2}[x] \quad f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow x + [x] = x - \frac{1}{2}[x]$$

$$\frac{3}{2}[x] = 0 \rightarrow [x] = 0$$

معادله به سهار جواب دارد.

$$f \circ f^{-1}(x) = 2x - \frac{3}{2} \quad f \circ f^{-1}(x) = x \rightarrow 2x - \frac{3}{2} = x \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

(ب)

چون $f^{-1}(x)$ اگر در معادله $f^{-1}(x)$ ، $x = \frac{3}{2}$ باشد ، $y = 1$ ، $x = 1$ صحیح است

$$2 \neq \frac{3}{2} \quad f(x) = 2 \leftarrow f^{-1}(x)$$

معادله جواب ندارد.

$$y = \frac{ax + 2}{cx + b}$$

۲- در صورتی که محل برخورد مماس افقی و جانب قائم در دو نقطه باشد اول دوم ضوایه بود که $a+b=0$ باشد و معکوس تابع باشد خود تابع برابر باشد.

$$a+b=0$$

$$f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$$

$$f \circ f(5 - \sqrt{6}) = (5 - \sqrt{6}) \quad \text{جواب}$$

$$f(x) = \frac{mx + 2}{x + m + 2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2 - (m+2)x}{x - m}$$

-۳

$$\frac{mx + 2}{x + (m+2)} = \frac{2 - (m+2)x}{x - m}$$

$$mx^2 - m^2x + 2x - 2m = 2x - x^2m - 2x + 2m - m^2x - 2xm + 2 - 2xm - 2x$$

$$\rightarrow 2mx^2 - 4m + 2x^2 + 4xm - 2 + 2x = 0 \rightarrow x^2(2m+2) + x(4m+2) - 4m-2 = 0$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{c} = \frac{-(4m+2)}{-4m-2} = 1 \quad \text{جواب}$$

$$f(x) = \sqrt{(2x+5)^2} - \sqrt{(5x-2)^2} \rightarrow f(x) = |2x+5| - |5x-2|$$

$$x \geq \frac{2}{5} \rightarrow 2x+5 - (5x-2) = -3x+7$$

در این مرحله باید

نیز است $y = -3x+7 \xrightarrow{\text{نوع اول و معوض}} x = -\frac{1}{3}y+7 \rightarrow 3y = 7-x$
 $y = \frac{7-x}{3}$

$f^{-1}(x) = \frac{7-x}{3} \quad x \leq \frac{29}{5}$

جواب

$$g(x) = rf(rx) - 1 = y \quad g^{-1}(x) = af^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + d \quad \frac{ac+d}{rb} = ? \quad -5$$

$$g(x) = y \rightarrow x = g^{-1}(y) \quad I$$

$$rf(rx) - 1 = y \rightarrow f(rx) = \frac{y+1}{r} \rightarrow rx = f^{-1}\left(\frac{y+1}{r}\right) \rightarrow x = \frac{1}{r} f^{-1}\left(\frac{y+1}{r}\right) \quad II$$

$$I, II \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{r} f^{-1}\left(\frac{x+1}{r}\right) = af^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + d$$

$$d=0 \quad a=\frac{1}{r} \quad b=1 \quad c=r \rightarrow \frac{ac+d}{rb} = \frac{\frac{r}{r}+0}{r} = \left(\frac{1}{r}\right) \quad \text{جواب}$$

$$f(x) = x + 2\sqrt{x} \quad -6$$

$$y = x + 2\sqrt{x} \rightarrow y = (\sqrt{x}+1)^2 - 1 \xrightarrow{\text{معوض و نوع دوم}} x = (\sqrt{y}+1)^2 - 1 \rightarrow (\sqrt{y}+1)^2 = y+1$$

$$\rightarrow \sqrt{y}+1 = \pm \sqrt{y+1} \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{y+1} - 1 \rightarrow y = (\sqrt{y+1} - 1)^2$$

← غلطی

$$f^{-1}(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2 \quad x \geq -1$$

$y = x - 1 + 2^x$ تابع از مجموع دو تابع اکسپانسیو تشکیل شده و با توجه به صعودی بودن تابع، نقاط برعکس آن با داشتن همان نقاط سفید

$$x - 1 + 2^x = x \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow \boxed{x=0}$$

$y=x$ است

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$y = \sqrt{f^{-1}(x) - 1}$$

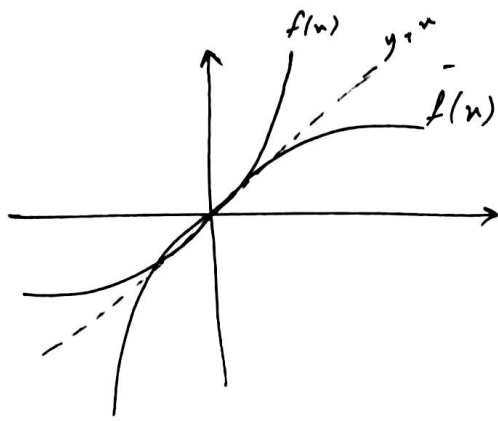
$$\rightarrow f^{-1}(x) - 1 \geq 0$$

$$f^{-1}(x) \geq 1$$

$$y = x \text{ خط } (-\infty, 0] \text{ در بازه}$$

$$\text{از تابع } f^{-1}(x) \text{ پدید می آید}$$

$$\text{پس تنها عدد صحیح مناسب } \underline{0} \text{ است}$$



$$f(x) = -x + \sqrt{x+1} \quad x \geq -1$$

- 9

$$f(x) = -(x - \sqrt{x+1}) = -\left(\left(\sqrt{x+1} - \frac{1}{r}\right)^2 - \frac{1}{r^2}\right) = y$$

$$x = \frac{1}{r^2} - \left(\sqrt{y+1} - \frac{1}{r}\right)^2 \rightarrow \left(\sqrt{y+1} - \frac{1}{r}\right)^2 = \frac{1}{r^2} - x$$

$$\sqrt{y+1} - \frac{1}{r} = \sqrt{\frac{1}{r^2} - x} \rightarrow \sqrt{y+1} = \sqrt{-x + \frac{1}{r^2}} + \frac{1}{r} \rightarrow y = \left(\sqrt{-x + \frac{1}{r^2}} + \frac{1}{r}\right)^2 - 1$$

$$g(x) = \left(\sqrt{-(x+1) + \frac{1}{r^2}} + \frac{1}{r}\right)^2 - 1 \quad \text{انتقال به سمت } x \text{ ها } x+1$$

$$g(x) = \left(\sqrt{-x + \frac{1}{r^2}} + \frac{1}{r}\right)^2 - 1 = \frac{1}{r^2} - x + \frac{1}{r^2} + \sqrt{\frac{1}{r^2} - x} - 1$$

$$\rightarrow \frac{1}{r^2} - x + \sqrt{\frac{1}{r^2} - x} = x - 1 \rightarrow \sqrt{\frac{1}{r^2} - x} = 2x - \frac{1}{r^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{r^2} - x = \left(2x - \frac{1}{r^2}\right)^2 \rightarrow 4x^2 - \frac{4x}{r^2} + \frac{1}{r^4} = \frac{1}{r^2} - x \rightarrow 4x^2 - \frac{3x}{r^2} + \frac{1}{r^4} = 0 \rightarrow x(4x + \frac{3}{r^2}) = 0$$

$$\underline{\underline{y = x - 1}} \quad \text{در بازه } (-\infty, 0] \quad \text{پس } x = 0, \frac{1}{r^2}$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$$

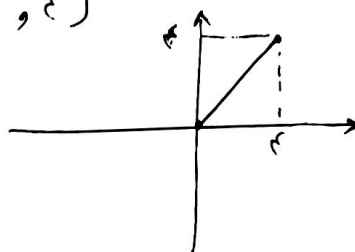
$$f \circ f(x) = x$$

$$D_{f \circ f(x)} = \left\{ x \mid \underbrace{x \in D_f}_{x \geq 0}, \underbrace{f(x) \in D_f}_{f(x) \leq 1} \right\}$$

- 10

$$\left\{ \begin{array}{l} y, x \text{ صحیح} \end{array} \right.$$

$$D_{f \circ f} = [0, 1]$$



$$\sqrt{y} + \sqrt{x} = 2$$

$$f(x) = f^{-1}(x)$$