

$$f^{-1}(n) \Rightarrow n = y + [y] \Rightarrow [x] = [y] + y = [n] + y \quad (1) \text{ انت}$$

$$y = n - [y] \xrightarrow{\text{تکلیف اول}} y = n - \frac{[n]}{2} \quad f^{-1}(n) = n - \frac{[n]}{2}$$

$$f^{-1}(n) = f(n) \Rightarrow n - \frac{[n]}{2} = n + [n] \Rightarrow \frac{[n]}{2} + [n] = 0 \Rightarrow \frac{3[n]}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 3[n] = 0 \quad 0 \leq n < 1$$

$$[n] = 0$$

جای نام $f^{-1}(n)$ و $f(n)$ را در صورت نام

$$2n - \frac{n}{2} = n$$

$$\Rightarrow n = \frac{n}{2} \quad \text{عقود}$$

از طرفی n همیشه اعداد صحیح دافنی باشد. $f^{-1}(n)$ را در $f(n)$ برابر با برد تابع $f(n)$ است.
 برد تابع f برابر است با $(2k, 2k+1) \cup (2, 3) \cup (0, 1)$ یعنی $n = \frac{n}{2}$ جز دافنی نیست.

(2) **نکته:** اگر عمل بر هر دو جانب اقلی و معانی قائم می باشد از جدول اول و دوم. یعنی معادس آن در واقع قرینه آن نسبت به نسبت زنا جدول دوم است. بر روی خود تابع اقلی معنی می دهد $[f^{-1}(n) = f(n)]$

$$f \circ f^{-1}(a - \sqrt{4}) = f \circ f^{-1}(a - \sqrt{4}) \Rightarrow f \circ f^{-1}(a - \sqrt{4}) = a - \sqrt{4}$$

$$f \circ f^{-1}(n) = n$$

$$f(n) = \frac{mn + r}{n + m + r}$$

$$n + m + r = 0 \Rightarrow \text{معنی قائم}$$

$$n = -m - r$$

$$m = \text{معنی اقلی}$$

$$f^{-1}(n) \Rightarrow n = \frac{my + r}{y + m + r} \Rightarrow y = \frac{(m+r)x - r}{m - n}$$

معانی اقلی می باشد معنی قائم می باشد
 معانی قائم $m - n = 0$
 معانی اقلی $-m - r$

$$\sqrt{(2m+r)^2} - \sqrt{(2n+r)^2} = |2m+r| - |2n+r|$$

$$2m+r = 0 \Rightarrow n = -\frac{r}{2}$$

$$2n+r = 0 \Rightarrow n = -\frac{r}{2}$$

$$y = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r}{2}}$$

$$n = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r}{2}} \Rightarrow \frac{m-r}{-r} = y \Rightarrow \frac{r-m}{r} = y \quad f^{-1}(n) = \frac{r-m}{r} \quad x \in (-\infty, \frac{r}{2}]$$

سوال اول

$$g(x) = a \Rightarrow \sqrt{f(x)} - 1 = a \Rightarrow f(x) = \frac{a+1}{2} \quad (1)$$

$$f^{-1} \xrightarrow{\text{از طرف چپ}} f^{-1} \circ f(x) = f^{-1}\left(\frac{a+1}{2}\right) \Rightarrow x = f^{-1}\left(\frac{a+1}{2}\right) \Rightarrow x = \frac{1}{f}\left(f\left(\frac{a+1}{2}\right)\right)$$

$$g(x) = a \quad g'(a) = x$$

$$a = \frac{1}{x}, b = 1, c = 2, d = 0$$

$$g^{-1}(a) = \frac{1}{f}\left(f^{-1}\left(\frac{a+1}{2}\right)\right)$$

$$g'(x) = \frac{1}{f} f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

$$\frac{2x \cdot \frac{1}{x} + 0}{2x1}, \left(\frac{1}{x}\right)$$

$$y = a + \sqrt{x} + 1 - 1 \Rightarrow y = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 \Rightarrow x = (\sqrt{y} + 1)^2 - 1 \quad (2)$$

در y, x با عرضی کنیم

$$x+1 = (\sqrt{y} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{y} + 1 = \pm \sqrt{x+1} \Rightarrow \sqrt{y} = \pm \sqrt{x+1} - 1$$

$$y = x + \sqrt{x}$$

$$x \geq 0 \Rightarrow \text{برای } x \in [0, +\infty)$$

این عملیات به این دلیل انجام می‌دهیم که بتوانیم با این روش به جواب برسیم

$$\sqrt{x+1} - 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x+1} \geq 1 \Rightarrow x+1 \geq 1 \Rightarrow x \geq 0$$

$$\sqrt{y} = \sqrt{x+1} - 1 \Rightarrow y = x+1 + 1 - 2\sqrt{x+1}$$

$$y = x+2 - 2\sqrt{x+1}$$

$$f(x) = x+2 - 2\sqrt{x+1} \quad x \geq 0$$

$$y = x+1 + 2^n \quad (3)$$

این عملیات به این دلیل انجام می‌دهیم که بتوانیم با این روش به جواب برسیم

$$\left(\begin{array}{l} x \\ x \end{array} \right)$$

$$x^2 + x - 1 = x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow f(x) = x$$

این نقطه تقاطع است

$$y = \sqrt{f(x)} - x \Rightarrow f^{-1}(x) = x \Rightarrow f^{-1}(x) = x \Rightarrow f^{-1}(x) = x \Rightarrow f^{-1}(x) = x \quad (4)$$

از طرف چپ

$$x \geq x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2x \leq 0$$

$$x(x+2) \leq 0$$

$$x \geq 0 \quad \begin{array}{c} 0 \\ - \quad + \end{array}$$

چون انتگرال ۲ و ۳ را در بر میگیرد

$$y = -x + \sqrt{x+2}$$

$$x = -y + \sqrt{y+2}$$

$$\Rightarrow x+2 = -y + \sqrt{y+2}$$

از طرف ۲ $\xrightarrow{\text{طرف ۱}}$ $x+2 = -y + \sqrt{y+2}$ $\Rightarrow$ $y = x-3$

۹- انتگرالهای x و y را عرض کنیم
 x را به عنوان y می بینیم

$$-\frac{9}{2} = x-3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$-\frac{9}{2} = x-3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

تبدیل $\Rightarrow$ $-y + \sqrt{y+2} - \sqrt{y} = y \Rightarrow 2y + \sqrt{y+2} = \sqrt{y}$

$$y = \frac{-1}{2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$y = \frac{34}{2} \Rightarrow \left(\frac{17}{1}\right)$$

$$4y^2 + 4y + 2 = y+2$$

$$4y^2 + 4y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{-2 \pm 2}{4}$$

۱۰- $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ اگر این تابع را به عنوان y در نظر بگیریم و x را به عنوان y در نظر بگیریم
 این دو تابع متقابل را به هم میزنیم

$$f(f(x)) = f(x) \Rightarrow f^{-1}(x) = x$$

$$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \Rightarrow 2 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 2 \Rightarrow x \leq 4$$

