سوال ۱

۱۹٫۷۵ صدآفرین ت

۲

سوال ۲

$y = \frac{ax+2}{4x+b}$ مجانب افقی $-\frac{b}{4}$ مجانب قائم $\frac{a}{4}$

۲

$y = \frac{-bx+2}{4x+b}$ $\xrightarrow{b+-b=0}$ $f(x) = f^{-1}(x)$

$fof(a-12) = a-12$

سوال ۳

$\frac{mx+2}{x+m+2} = x \longrightarrow x^2+mx+2x = mx+2$ ۲

$x^2+2x+2=0 \longrightarrow S = -\frac{b}{a} = -2$

$P = \frac{c}{a} = 2$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{2} = -1$

سوال ۴

$y = \sqrt{(2x+5)^2} - \sqrt{(5x-2)^2}$

$|2x+5| - |5x-2|$

$-\frac{5}{2}$ $\frac{2}{5}$

$-\frac{5}{2}$ $\frac{2}{5}$

$-2x-5+5x-2$	$2x+5-5x+2$
$3x-7$	$-3x+7$

۱/۷۵

$y = -3x+7 \longrightarrow -3y = x-7 \longrightarrow y = \frac{-x+7}{3}$

$D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, \frac{49}{5}]$

سوال ۵

$\frac{ac+d}{2b}$ $\quad g(x)=2f(2x)-1$

۲

$g^{-1}(x)=af^{-1}(\frac{x+b}{c})+d$

$g(x)=2f(2x)-1 \xrightarrow{g^{-1}} y=2f(2x)-1 \to \frac{x+1}{2}=f(2y)$

$f^{-1}(\frac{x+1}{2})=2y \to y=\frac{f^{-1}(\frac{x+1}{2})}{2}$

$b=1$
$c=2$
$a=\frac{1}{2}$
$d=0$

$\frac{ac+d}{2b}=\frac{1}{2}$

سوال ۶

$f(x)=x+2\sqrt{x}+1-1$

$y=(\sqrt{x}+1)^2-1$

$x+1=(\sqrt{y}+1)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{y}+1=\sqrt{x+1}$

$\sqrt{y}=\sqrt{x+1}-1 \to y=(\sqrt{x+1}-1)^2$

۳

دامنه f^{-1} = برد f

دامنه $f^{-1}(x)=[0,+\infty)$

از اینجا هم برد

سوال ۷

$y=2^x+x-1$

اکیداً صعودی اکیداً صعودی → دو تابع اکیداً صعودی که وارون خود را در $x=y$ قطع می‌کند

۲

$x=2^x+x-1$

$2^x=1 \to x=0$ $\quad \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ نقطه تقاطع

سوال ۸

$f(x)=x^3+4x$ $\quad y=\sqrt{f^{-1}(x)-x}$

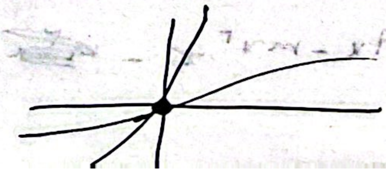
دو تابع صعودی اکید

۲

دیگر نزولی

$x^3+4x=x \to x^3+3x=0 \to x(x^2+3) \to 0$

یک ریشه دارد



سوال ۹

$y = -x + \sqrt{x+4} \qquad x \geq -4$

$(y+x) = \sqrt{x+4} \rightarrow (y+x)^2 = (\sqrt{x+4})^2$ (x ↔ y)

۲

$x^2 + y^2 + 2xy = x + 4 \qquad y^2 + x^2 + 2xy - x - 4 = 0$

$y^2 + (2x-1)y + (x^2-4) = 0 \rightarrow y = \dfrac{-(2x-1) \pm \sqrt{(2x-1)^2 - 4(x^2-4)}}{2}$

$4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 + 16 = 17 - 4x$

$y = \dfrac{-2x + 1 \pm \sqrt{17-4x}}{2}$

→ عوض میکنیم

$y = \dfrac{-2(x+4) + 1 \pm \sqrt{17 - 4(x+4)}}{2}$

$y = \dfrac{-2x - 7 \pm \sqrt{1-4x}}{2} \Rightarrow x - 2 - x = 0$

سوال ۱۰

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$

$\xrightarrow{f^{-1}(x)} \sqrt{y} + \sqrt{x} = 2 \rightarrow f^{-1}(x) = f(x)$

۲

$D_f = [0,4]$

$R_f = [0,4]$

$D_{f^{-1}} = R_f = [0,4]$