

نقطه قسری
الف ۱۱
۲۵۴ / ۷ / ۲۸

۱/۲۵

الف) $f \Rightarrow y = x + [x]$ و $f^{-1} \Rightarrow [y] = 2[x] \Rightarrow [x] = \frac{1}{2}[y]$

$\Rightarrow f^{-1} = \frac{[x]}{2}$ یک به ازای $f = f^{-1} \Rightarrow [x] + x = \frac{[x]}{2}$

$\Rightarrow [x] = -2x \rightarrow x = 0 \rightarrow$ یک به ازای

ب) $f \circ f^{-1}(x) = x = 2x - \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{x}$

۲- کل برخورد مجانب افقی و عمودی روی $x=y$ قرار دارد، بنابراین نمودار در

شخص مجانب ها $\left(\frac{a}{f} = \frac{-b}{x} \Rightarrow a = -b\right)$ متجه در نمودار مذکور
هولر افقی بوده که معلومش بر روی خودش متعلق است $f(x) = f^{-1}(x)$

از این رو $f \circ f^{-1}(5 - \sqrt{4}) = f \circ f^{-1}(5 - \sqrt{4}) \xrightarrow{f \circ f^{-1}(a) = a} = 5 - \sqrt{4}$

$y = \frac{mx + 3}{x + m + 4} \Rightarrow \frac{mx + 3}{x + m + 4} = x \Rightarrow x^2 + (m+4)x - 3 = 0$
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{5}{p} \Rightarrow \frac{-3}{-30} = 1$

$f(x) = |2x + 5| - |5x - 2|$

$f^{-1} \Rightarrow y = -3x + 7 \rightarrow y^{-1} = \frac{x-7}{-3} = \frac{7-x}{3}, D_{f^{-1}} = (-\infty, 7/3)$

$$y = r f(rn) - 1 \rightarrow f(rn) = \frac{y+1}{r} \xrightarrow{f^{-1}} rn = f^{-1}\left(\frac{y+1}{r}\right) \quad 5$$

$$x = \frac{1}{r} f^{-1}\left(\frac{y+1}{r}\right) = g^{-1}(y) \rightarrow g^{-1}(n) = \frac{1}{r} f^{-1}\left(\frac{n+1}{r}\right)$$

$$\rightarrow a = \frac{1}{r}, b = 1, c = r, d = 0$$

$$\rightarrow \frac{ac+d}{rb} = \frac{\frac{r}{r} + 0}{r} = \frac{1}{r}$$

$$y = x + r\sqrt{x} + 1 - 1 = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 \rightarrow y + 1 = (\sqrt{x} + 1)^2 \quad 4$$

$$\rightarrow \sqrt{x} + 1 = (\sqrt{y} + 1)^2 \rightarrow \sqrt{x} + 1 = \sqrt{y} + 1$$

$$\rightarrow \sqrt{x} + 1 - 1 = \sqrt{y} \rightarrow (\sqrt{x} + 1 - 1)^2 = y = f^{-1}(x) \text{ و } D_{f^{-1}} = (0, +\infty)$$

7 - تابع متعكس (inversible) و اولين شرط (first condition) $y = x$ قطعاً صدق كند.

$$\Rightarrow x - 1 + r^n = x \Rightarrow r^n = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$f^{-1}(n) > x \rightarrow f^{-1}(n) > f \circ f(n) \xrightarrow{f^{-1}} x > f(n) \quad 8$$

$$\Rightarrow x > x^3 + \varepsilon n \Rightarrow x^3 + \varepsilon n < 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow x = 0$$

نتیجه: $x = 0$

اتفاقاً $n = 0$ و قیاساً چون $\frac{3}{\varepsilon} -$ جواب را در بیان یافتیم می‌کنیم

$$f(x) = -x + \sqrt{x+4} \xrightarrow{f^{-1}} x = -y + \sqrt{y+4} \quad 9$$

$$= \left(y - \sqrt{y+4} + \frac{14}{\varepsilon} - \frac{14}{\varepsilon}\right) = -\left(\sqrt{y+4} + \frac{1}{\varepsilon}\right)^2 + \frac{14}{\varepsilon} = x \quad (-x + a)$$

$$\rightarrow y^{-1} = -x + \frac{1}{\varepsilon} - \frac{\sqrt{14 - \varepsilon x}}{\varepsilon} \xrightarrow{\text{مشتق}} -x - \frac{\sqrt{1 - \varepsilon x}}{\varepsilon}$$

$$g(x) = x - \frac{1}{\varepsilon} = -x - \frac{\sqrt{1 - \varepsilon x}}{\varepsilon} \Rightarrow 2x + \frac{1}{\varepsilon} = -\frac{\sqrt{1 - \varepsilon x}}{\varepsilon}$$

$$\varepsilon x + 1 = -\sqrt{1 - \varepsilon x} \rightarrow 14x^2 + 14x + 1 = 1 - \varepsilon x$$

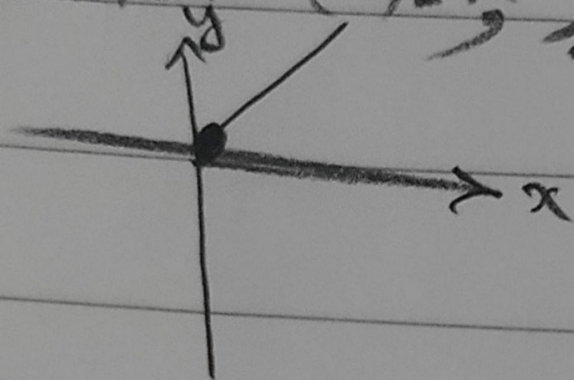
$$\Rightarrow 14x^2 + 14x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غلط (} n < -\frac{1}{\varepsilon} \text{)} \\ x = -\frac{1}{\varepsilon} \checkmark \end{cases}$$

نتیجه: $x = -\frac{1}{\varepsilon}$

$$\sqrt{n} + \sqrt{y} = 2 \rightarrow \sqrt{y} = 2 - \sqrt{n} \xrightarrow{\sqrt{\cdot}} \sqrt{n} \leq 2 \rightarrow n \leq 4$$

$$n \geq 0 \rightarrow 0 \leq n \leq 4 \rightarrow Df^{-1} = Rf : [0, 4]$$

۱-۵ ۱/۲۵
 x و y در تابع متقابل معکوس سود (معکوس سود) معادله
 $f \circ f^{-1} = f \circ f^{-1}(x) = x$ تابع با معکوس برابر و
 معکوس متقابل $f^{-1} \circ f(x) = x$ و $D = [0, 4]$
 $f \circ f^{-1}(x) = x$



1) تابع f اکیداً صعودی است بنابراین تابع معکوس خود را روی $\mathbb{N}$ نیز خاصه اول رسوم قطع میکنند.

$$y = n + [x] \xrightarrow{y=x} n + [n] = n \rightarrow [n] = 0 \rightarrow 0 \leq n < 1$$

حاجه به برتاب f این تابع f^{-1} را در بی شمار نقطه قطع میکنند.

$$f \circ f^{-1}(n) = n \rightarrow n \in Df^{-1} = Rf \rightarrow n = 2n - \frac{3}{2} \rightarrow$$

$$n = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2} \notin Rf$$

چون تابع f از هر عدد زوج تا عدد فرد بعدی است

معادله جواب حقیقی ندارد