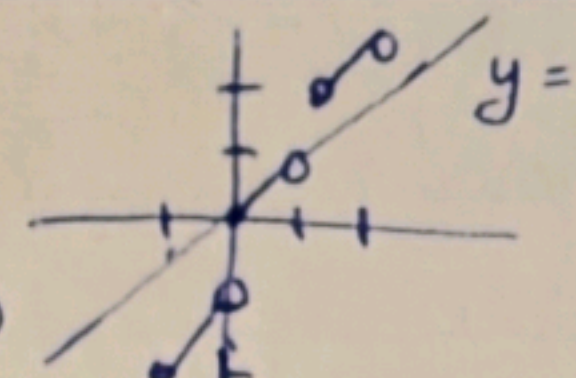


الف) $f \circ f^{-1}(x) = x$ (تأیید اینکه معکوسش را درست پیدا کرده‌ایم اول و معکوسش را می‌کنیم)  $\Rightarrow$ به خط $y=x$ تقاطع دارند. (۲)

ب) $f \circ f^{-1}(x) = x, x \in D_{f^{-1}} \rightarrow x = 2x - \frac{x}{f}$
 $\Rightarrow x = \frac{x}{f}, D_{f^{-1}} = \dots \cup [0, 1) \cup [2, 3) \cup \dots \Rightarrow$ جواب ندارد (۲)

$y = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{-b}{d} = x \Rightarrow a = -bx \Rightarrow y = \frac{ax+b}{cx-a}$ (۲)
 $a = -d \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow f(5-\sqrt{4}) = 5-\sqrt{4} \Rightarrow$ (۲)
 $f \circ f(5-\sqrt{4}) = 5-\sqrt{4}$

$f(x) = \frac{mx+n}{x+m+n} = x \rightarrow x^2 + mx + nx = mx + n$ (۲)
 $\rightarrow x^2 + nx - n = 0 \begin{cases} S = -n \\ P = -n \end{cases} \rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = 1$ (۲)

$f(x) = |2x+5| - |4x-2| \xrightarrow{x > \frac{2}{4}} f(x) = 2x+5 - (4x-2) = -2x+7$ (۲)
 $\Rightarrow -2x+7 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{7-x}{2}$ $D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, \frac{19}{2}]$

• $g(x) = 2f(x) - 1 \rightarrow g^{-1}(x) \Rightarrow y = 2f(x) - 1$ (۲)
 $\frac{y+1}{2} = f(x) \xrightarrow{\text{تأیید اینکه معکوسش را درست پیدا کرده‌ایم اول و معکوسش را می‌کنیم}} f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) = x \rightarrow y = g(x) = \frac{1}{2}f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right)$ (۲)
 • $\frac{1}{2}f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) = a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + d \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = 2 \\ d = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{ac+d}{2b} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 + 0}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$f_0 = x + \sqrt{x} \xrightarrow{\sqrt{x}=t} y = t^2 + t \rightarrow t^2 + t - y = 0 \rightarrow \quad (6)$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1+4y}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+y}}{2} \xrightarrow{x>} -1 + \sqrt{1+y} \Rightarrow f(x) = (\sqrt{1+x} - 1)^2$$

(1/100)

$$Df^{-1} = Rf \subset [0, +\infty)$$

$$y = x - 1 + \sqrt{x} \quad : \text{اگرچه معلوم است} \Rightarrow \text{دارد خود را در این ناحیه قطع می کند}$$

$$x - 1 + \sqrt{x} = x \rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 0 \rightarrow \text{در نقطه قطع می کند}$$

(2)

$$y = \sqrt{f(x) - x} \rightarrow f(x) \geq x, \quad f(x) = x^2 + 4x \quad (1)$$

$$\Rightarrow f(x) = \text{اگرچه معلوم است} \Rightarrow x \geq f(x) \Rightarrow x \geq x^2 + 4x \Rightarrow x(x+3) \leq 0$$

$$\Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow Df^{-1} = (-\infty, 0] \Rightarrow \text{در این ناحیه هیچ نقطه ای ندارد}$$

(2)

$$y = f(x) = -x + \sqrt{x+4} \rightarrow x+4 = -y + \sqrt{y+4} \quad y \geq -4$$

$$\xrightarrow{y+4=t^2} -t^2 + t = x \rightarrow t^2 - t + x = 0 \rightarrow \quad (1/100)$$

$$t > 0 \rightarrow \frac{1 + \sqrt{1-4x}}{2} = y + 4 \rightarrow \left(\frac{1 + \sqrt{1-4x}}{2}\right)^2 - 4 = x - 4 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1 + \sqrt{1-4x}}{2}\right)^2 = x + 1 \Rightarrow 4x + 4 = 1 + 1 - 4x + 4\sqrt{1-4x} \Rightarrow 8x + 4 = 4\sqrt{1-4x}$$

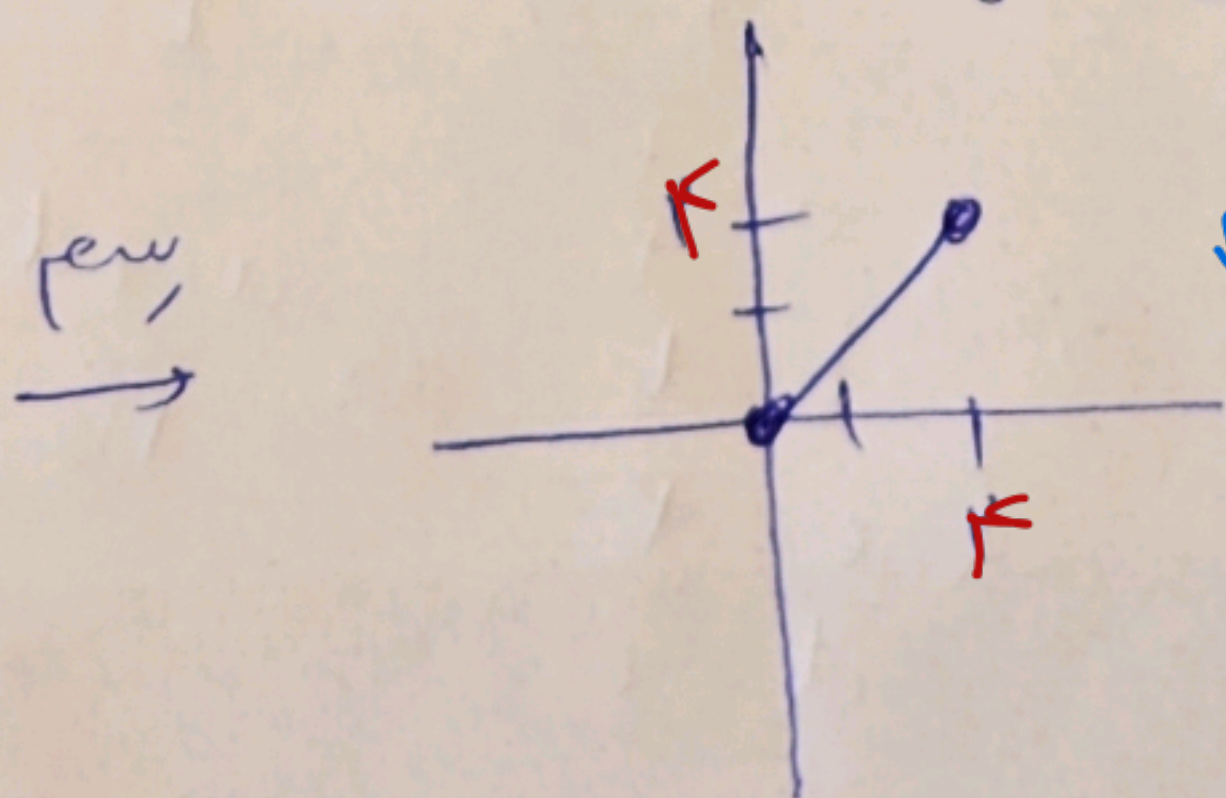
$$\Rightarrow 16x^2 + 16x = 0 \rightarrow 4x(4x+4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -1$$

$$\sqrt{y} = 1 - \sqrt{x} \rightarrow y = 1 - 2\sqrt{x} + x \rightarrow f_0 f = \quad (1/100)$$

$$1 - \sqrt{x} \in \sqrt{(1 - \sqrt{x})^2} \rightarrow 1 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x} \leq 1 \rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

$$f_0 f(x) = x, \quad D_f = \{x \in D_f, f(x) \in D_f\} \Rightarrow D_f = [0, 1]$$

$$(-\infty, 1] \in [0, +\infty) \quad \text{نقطه است مناسب}$$



$$\sqrt{y} = 1 - \sqrt{x} \xrightarrow{\sqrt{y} \geq 0} 1 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x} \leq 1 \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x \leq 1$$

$$Df^{-1} = Rf \subset [0, 1]$$

$$f(x) \subset f^{-1}(x)$$

$$f \cup f^{-1}(x) \subset x$$