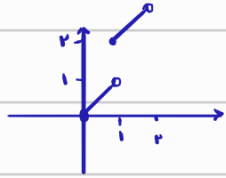


الف) $f(n) = n + [n]$



سوال ۱) تابع $[x]$ در بازه (a, b) متعلق به $y = x$ است پس این تابع را در بخش خود را در نیمه رفته قطع کند.

پس باید $\frac{3}{4}$ در تابع $f(n)$ باشد تا در ازمانی $f^{-1}(n)$ وجود داشته باشد و بی متعلق
 $f(n) = \frac{3}{4}$ تعریف شده است. پس این جواب ندارد.

سوال ۲) چون روی نیمه از ناحیه اول و دوم هم $y = \frac{a}{x} \Rightarrow$ معادله اینی
 $\frac{a}{x} = \frac{b}{x} \Rightarrow a = b$ با توجه به این که $a = -b$ پس نتیجه می گیریم این تابع با
 داشتن خودش برابر است و روی آن متعلق است بنابراین می دانیم $f \circ f(0) = 0 \Leftarrow f \circ f(5\sqrt{4}) = 5\sqrt{4}$

سوال ۳) $f(n) = \frac{mn+3}{n+m+3}$ $f^{-1}(n) = \frac{-(m+3)n+3}{n-m} \Rightarrow f(n) = f^{-1}(n)$

$$\frac{mn+3}{n+m+3} = \frac{-(m+3)n+3}{n-m} \Rightarrow mn^2 + 3n - m^2n - 3m = -(m+3)n^2 + 3n - (m^2+4m+9)n + 3m+9$$

$$(2m+3)n^2 + (4m+9)n - 4m-9 = 0 \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{-3}{-3} = 1$$

$$S = \frac{-3(2m+3)}{2m+3} = -3 \quad P = \frac{-3(4m+9)}{2m+3} = -3$$

سوال ۴) $f(n) = \sqrt{(2n+5)^2} - \sqrt{(5n-2)^2} \Rightarrow f(n) = |2n+5| - |5n-2|$

$$-2n-5+5n-2 \quad | \quad 2n+5+5n-2 \quad | \quad 2n+5-5n+2 =$$

$$= 3n-7 \quad = 7n+3 \quad = -3n+7 \rightarrow \text{نزدی}$$

$$y = 3n+7 \xrightarrow{\text{دایره}} x = 3y+7 \rightarrow y = \frac{n-7}{3}$$

$$f^{-1}(n) = \frac{n-7}{3} \quad x \neq \frac{29}{5}$$

سوال ۵) $g(n) = 2f(cn) - 1$ $g^{-1}(n) = a f^{-1}(\frac{n+b}{c}) + d$

از طرف f^{-1} می گیریم
 $g(n) = y \rightarrow y = 2f(cn) - 1 \rightarrow y+1 = 2f(cn) \rightarrow f(cn) = \frac{y+1}{2} \rightarrow$
 $cn = f^{-1}(\frac{y+1}{2}) \rightarrow n = \frac{1}{c} f^{-1}(\frac{y+1}{2})$ برای اینکه y و x را درون شمره جای x را عرض می کنیم
 $a = \frac{1}{c}, b = 1, c = 2, d = 0 \quad \frac{ac+d}{2b} = \frac{\frac{1}{2}+0}{2} = \frac{1}{4}$

سوال ۶) $f(n) = n + 2\sqrt{n}$ $\xrightarrow{\text{باین}} x = y + 2\sqrt{y} + 1 - 1 \Rightarrow x = (\sqrt{y} + 1)^2 - 1 \rightarrow \sqrt{y} + 1 = \sqrt{x+1}$
 $\sqrt{y} = \sqrt{x+1} - 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} y = x + 2 - 2\sqrt{x+1} \rightarrow f^{-1}(n) = x + 2 - 2\sqrt{x+1} \quad x \geq 0$

$$y = x - 1 + 1^x$$

$$x = n-1 + r^n \Rightarrow r^n = 1 \rightarrow n = 0$$

$$f(n) = n^c + kn \quad y = \sqrt{f^{-1}(n) - n}$$

مخودار $f(n)$ به خط $y=n$ است. $f(n) > n$ نقطه های این نابرابری یعنی سمت های از محور x که نمودار $f(n)$ زیر خط $y=n$ قرار دارد چون مرتبه اش

بالای آن است. بنابراین باید به هم در دو بازه های $\epsilon = f(n)$ و n $x_c + f(n) \leq n \Rightarrow x_c + \epsilon n \leq 0, n(\frac{x_c + \epsilon n}{-n}) \leq 0 \Rightarrow n \leq 0$

البته برای $x \leq 0$ داریم $f(x)$ پس مرتبه اش یعنی $n \geq f(x)$ برای آن بازه از مقادیرهای x که متناظر با $f(x)$ هسته $\Rightarrow D_f^{-1} = (-\infty, 0]$ دیدیم صریح نوشتی $\Rightarrow$

$$f(n) = -n + \sqrt{n+1} \quad n \geq -1 \quad g(n) = f^{-1}(n+2) \quad / \quad f(n+1) = -(n+1) + \sqrt{(n+1)+1} = -n-1 + \sqrt{n+2} \quad (9 \text{ سوال})$$
$$g(n) = n^3 \rightarrow f^{-1}(n+\epsilon) = n-\epsilon \xrightarrow{\text{دو طرفه را با یکدیگر ترکیب}} n+\epsilon = f(n-\epsilon) \Rightarrow n+\epsilon = -n+\epsilon + \sqrt{n+1}$$
$$\Rightarrow r_{n+1} = \sqrt{n+1} \rightarrow n+1 = r_n^2 + \{n+1\} \xrightarrow{\text{سکین}} r_n^2 + r_n = 0 \rightarrow n = 0 \checkmark$$

نقشه زیر در راستای $n = \frac{3}{2}$ وجود ندارد بنابراین $f(n) = n - 2$ و $g(n) = n - 2$ تعریف برخورد دارد.

$$\sqrt{n} + \sqrt{y} = r \rightarrow \sqrt{y} = -\sqrt{n} + r \quad -\sqrt{n} + r \geq 0 \rightarrow \sqrt{n} \leq r \rightarrow 0 \leq n \leq r^2 \rightarrow D_f = [0, r^2]$$

این تابع با وارون خود برابر است $\rightarrow f(n) = f^{-1}(n) \rightarrow \sqrt{n} + \sqrt{n} = 2$ ↓ وارون

$$f \circ f(n) \xrightarrow{f(n) = f^{-1}(n)} f \circ f^{-1}(n) = n, n \in D_{f^{-1}} \rightarrow D_{f^{-1}} = [0, r] = R_f$$
