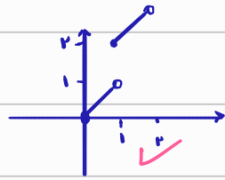


۲۰ صد آفرین ت

(۲)

سوال (۱) تابع $f(x) = x + [x]$ در بازه $[0, 1]$ متعلق به $y = x$ است پس این تابع دایره خود را در بیما و نقطه قطع می کند.



$$f(x) = x + [x] \quad \text{الف}$$

پس باید $\frac{3}{4}$ در برد تابع $f(x)$ باشد تا در دامنه $f^{-1}(x)$ وجود داشته باشد و بی متعلق
شکل بالا $f(x) = \frac{3}{4}$ تعریف شده است. پس این جواب ندارد.

سوال (۲) چون روی نیاز ناهمبندی اول و دوم هم $y = \frac{a}{x} \Rightarrow$ معادله اینی
رو قطع کرده اند پس متغیرشان با هم برابر است $\Rightarrow a = -b$ با توجه به این که $a = -b$ پس نتیجه می گیریم این تابع با
دارون خودش برابر است و روی آن متعلق است بنابراین می دانیم $f \circ f(0) = 0 \Rightarrow f \circ f(5\sqrt{4}) = 5\sqrt{4}$

$$f(x) = \frac{mx+3}{x+m+3} \quad f^{-1}(x) = \frac{-(m+3)x+3}{x-m} \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \quad \text{سوال (۳)}$$

$$\frac{mx+3}{x+m+3} = \frac{-(m+3)x+3}{x-m} \Rightarrow mx^2 + 3x - m^2x - 3m = -(m+3)x^2 + 3x - (m^2+4m+9)x + 3m+9$$

$$(m+3)x^2 + (4m+9)x - 4m - 9 = 0 \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{S}{P} = \frac{-3}{-3} = 1$$

$$S = \frac{-3(m+3)}{m+3} = -3 \quad P = \frac{-3(m+3)}{m+3} = -3$$

$$f(x) = \sqrt{(2x+5)^2} - \sqrt{(5x-2)^2} \Rightarrow f(x) = |2x+5| - |5x-2| \quad \text{سوال (۴)}$$

$$y = 3x+7 \xrightarrow{\text{دایره}} x = 3y+7 \rightarrow y = \frac{x-7}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-7}{3}$$

$$g(x) = 2f(x) - 1 \quad g^{-1}(x) = a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + d \quad \text{سوال (۵)}$$

$$g(x) = y \rightarrow y = 2f(x) - 1 \rightarrow y+1 = 2f(x) \rightarrow f(x) = \frac{y+1}{2} \rightarrow f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) = x$$

$$3x = f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) \rightarrow x = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

$$a = \frac{1}{3}, b = 1, c = 2, d = 0 \quad \frac{ac+d}{pb} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 2 + 0}{3 \cdot 2} = \frac{1}{9}$$

$$f(x) = x + 2\sqrt{x} \xrightarrow{\text{باین}} x = y + 2\sqrt{y} + 1 - 1 \Rightarrow x = (\sqrt{y} + 1)^2 - 1 \Rightarrow \sqrt{y} + 1 = \sqrt{x+1} \Rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x+1} - 1$$

$$\sqrt{y} = \sqrt{x+1} - 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} y = x + 2 - 2\sqrt{x+1} \rightarrow f^{-1}(x) = x + 2 - 2\sqrt{x+1} \quad x \geq 0$$

سوال (۶)

سوال ۷) چون این تابع، تابعی اُلده معکوس است پس وارون خود را روی هم میزنیم تا به تابعی اُلده قطع می‌کنیم.
این تابع وارون خود را در یک نقطه قطع می‌کند.

$$y = x - 1 + 2^x$$

$$x = x - 1 + 2^x \Rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0$$

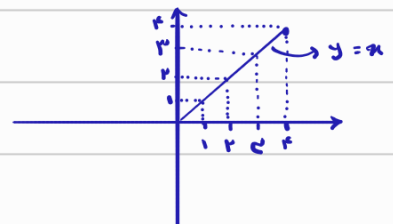
سوال ۸) تابع $f(n)$ تابعی یک به یک و معکوس است پس داریم نمودار $f^{-1}(n) \geq x$ نمودار $f(n) \leq x$ است. نقطه‌های این تابع برای بعضی سمت‌های از محور x که نمودار $f(n)$ زیر خط $y = x$ قرار دارد چون ترتیبش بالای آن است. بنابراین باید به نیمه درجه بازه‌های $f(n) \leq x$ و $x \leq 0$ داریم $f(n) \leq x$ پس ترتیبش یعنی $f^{-1}(n) \geq x$ برای آن بازه از مقدارهای x که متعلق به $f(n) \leq 0$ هستند $\Rightarrow Df^{-1} = (-\infty, 0]$ یک عدد صحیح ناشی $\Rightarrow 0$

سوال ۹) $f(n) = -n + \sqrt{n+4}$ $n \geq -3$ $g(n) = f^{-1}(n+2)$ $f(n-2) = -(n-2) + \sqrt{(n-2)+4} = -n+2 + \sqrt{n+2}$
 $g(n) = n-3 \rightarrow f^{-1}(n+2) = n-3$ $\xrightarrow{\text{دو طرف را با تابع } f \text{ ترکیب کنیم}} x+2 = f(n-2) \Rightarrow x+2 = -n+2 + \sqrt{n+2}$
 $\Rightarrow 2n+1 = \sqrt{n+2} \rightarrow n+1 = 4n^2 + 4n+1 \rightarrow 4n^2 + 3n = 0 \rightarrow n = 0 \checkmark$
 غنای $n = -\frac{3}{2}$ زیرا در دامنه $f(n-2)$ وجود ندارد بنابراین $g(n)$ با $y = n-3$ تقاطع برخورد دارد.

$$\sqrt{n} + \sqrt{y} = 2 \rightarrow \sqrt{y} = -\sqrt{n} + 2 \rightarrow -\sqrt{n} + 2 \geq 0 \rightarrow \sqrt{n} \leq 2 \rightarrow 0 \leq n \leq 4 \rightarrow Df = [0, 4]$$

این تابع با وارون خود برابر است $f(n) = f^{-1}(n) \rightarrow \sqrt{y} + \sqrt{n} = 2$ داریم

$$f \circ f(n) \quad f(n) = f^{-1}(n) \rightarrow f \circ f^{-1}(n) = n, \quad n \in Df^{-1} \rightarrow Df^{-1} = [0, 4] = Rf$$



سوال ۱۰)