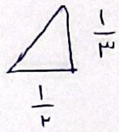
نام و نام خانوادگی ......پریسا صباغی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱.. کلاس ....دوازدهم B......

۱

$2x = 3y - 1 \Rightarrow y = \frac{2x+1}{3}$

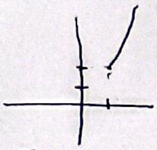
برخورد با y : $x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$

برخورد با x : $y = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$

S :  $\Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

۲

الف) ریشه ندارد $\Rightarrow \Delta < 0$



x راس $= \frac{-b}{2a} = 1$

y راس $= 2$

یک به یک است زیرا راس سمت مرز دامنه است

معکوس : $x = y^2 - 2y + 1 + 2 \Rightarrow x = (y-1)^2 + 2$

$\Rightarrow x - 2 = (y-1)^2 \Rightarrow y^{-1} = \sqrt{x-2} + 1 \quad D_{y^{-1}} = [2, +\infty)$

چون در معکوس [هم دامنه] است $y-1 \geq 0$ بوده

ب) یک به یک است زیرا x راسش در دامنه وجود ندارد

مشابه الف ا معکوس : $y^{-1} = \sqrt{x-2} + 1$

$D_y = R_{y^{-1}} \Rightarrow [3, +\infty)$

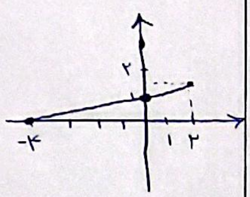
$R_y = D_{y^{-1}} \Rightarrow [6, +\infty)$

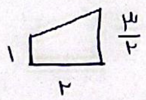
۳

$2x - \sqrt{16 - 16x + 4x^2} \Rightarrow 2x - \sqrt{4(x-2)^2} = 2x - 2|x-2|$

	2
$2x + 2x - 4$	$2x - 2x + 4$
$y = 4x - 4$	$y = 4$

$f^{-1}(x) : x = 4y - 4 \Rightarrow y = \frac{x}{4} + 1$





$\frac{\frac{5}{2} \times 2}{2} = 2,5$

۴

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2$

y نمی‌تواند دو x ⊕ و ⊖ داشته باشد پس $x_1 = x_2$ و تابع یک به یک

$x_1 = \pm x_2$

$x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 5}} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 5} \Rightarrow x^2 y^2 - 5x^2 = y^2 \Rightarrow y^2 (x^2 - 1) = 5x^2$

$\Rightarrow y^2 = \frac{5x^2}{x^2 - 1}$ x و y هم علامت $\Rightarrow y = \frac{\sqrt{5}\, x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

۵

$\frac{4}{2} = 2 =$ x راس $\xrightarrow{\text{با توجه به دامنه}}$ تابع اکیداً صعودی $\quad (2, k-4)$

$\frac{-6}{-2} = 3 =$ x راس $\xrightarrow{\text{با توجه به دامنه}}$ تابع اکیداً نزولی $\quad (2, 8+3k)$

$8 + 3k \leq k - 4 \Rightarrow k \leq -6$

۶

$f(x) = 4x \quad x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{4}$

$f(x) = 2x \quad x < 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$

$g(x) = \begin{cases} ax+b & x \geq 0 \Rightarrow a+b = \frac{1}{4} \\ ax-b & x < 0 \Rightarrow a-b = \frac{1}{2} \end{cases}$

$a = b + \frac{1}{2}$

$2b = \frac{1}{4} - \frac{2}{4}$

$b = \frac{-1}{8} \qquad a = \frac{3}{8}$

$ab = \frac{-1}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{-3}{64}$

۷

$-10 = \frac{6+4}{2+m} \Rightarrow -20 - 10m = 10 \Rightarrow m = -3 \Rightarrow f(x) = \frac{3x+4}{x-3}$

$a = -d \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \qquad f \circ f^{-1}(x) = x$

$\Rightarrow x + \frac{3x+4}{x-3} \Rightarrow \frac{x^2+4}{x-3} = x \Rightarrow \cancel{x^2} + 4 = \cancel{x^2} - 3x$

نیمساز ناحیه اول و سوم

$x = -\frac{4}{3}$

۸

$3 - 2x = f^{-1}(y) \,,\; g^{-1}(2-y) = \frac{x}{2} \qquad \frac{3}{2} - \frac{1}{2} f^{-1}(y) = 2g^{-1}(2-y)$

$x = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} f^{-1}(y) \quad x = 2g^{-1}(2-y) \Big\} \; \frac{3}{2} - \frac{1}{2} f^{-1}(-2) = 2 g^{-1}(4)$

$\xRightarrow{\times 2} 3 - f^{-1}(-2) = 4g^{-1}(4) \Rightarrow 4g^{-1}(4) + f^{-1}(-2) = 3 - f^{-1}(-2)$

$+ f^{-1}(-2) = 3$

۹

$y = -\left(\frac{-5x-13}{x+1}\right) = \frac{5x+13}{1+x} \Rightarrow \frac{5(x-2)+13}{1+(x-2)} - 3$

$\Rightarrow \frac{5x - 10 + 13 - 3x + 3}{x-1} = \frac{2x+6}{x-1} = f(x) \Rightarrow$ a و d را جابجا و قرینه می‌کنیم $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+6}{x-2}$

$\frac{x+6}{x-2} = \frac{2x+6}{x-1} \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 2x^2 - 4x + 6x - 12 \Rightarrow x^2 - 3x - 6 = 0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \times -6}}{2} \Rightarrow x_1 + x_2 \Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3$

۱۰

$f(x) = x + 4[x]$

$x = y + 4[y] \Rightarrow [x] = [y] + 4[y] = 5[y] \Rightarrow [y] = \frac{[x]}{5}$

$\Rightarrow x = y + 4 \times \frac{[x]}{5} \Rightarrow g(x) = x - \frac{4}{5}[x]$

$x + 4[x] - x + \frac{4}{5}[x] = \frac{24}{5}[x]$