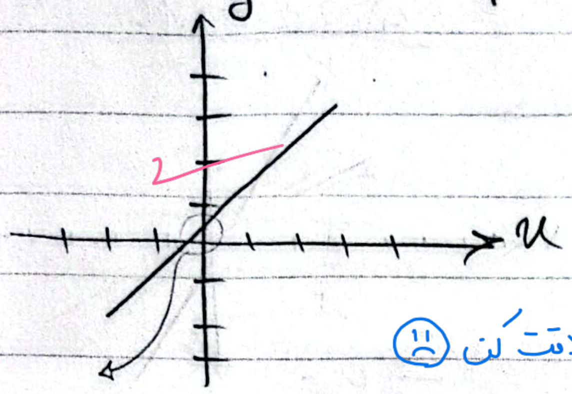
نیل رها

۱۹٫۵ آفرین 🙂

①

$2y = 3x - 1 \rightarrow y = \frac{3x-1}{2} \Rightarrow 2y = 3x - 1 \Rightarrow \frac{2y+1}{3} = x$



$y^{-1} = \frac{2x+1}{3}$

1,75

$(0, \frac{1}{3}) \quad (-\frac{1}{2}, 0)$

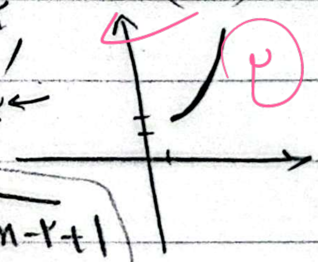
دقت کن ☹

$\Delta \; \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18} = S$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

②

الف) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in (1, +\infty) \Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \quad (1,2)$



2

یک به یک است

$x^2 - 2x + 3 \Rightarrow (x-1)^2 + 2 = y$

$\Rightarrow y - 2 = (x-1)^2 \Rightarrow \sqrt{y-2} = |x-1| \Rightarrow y^{-1} = \sqrt{x-2} + 1$

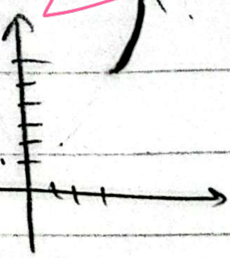
$R_y = D_{y^{-1}} \Rightarrow (2, +\infty) \xrightarrow{x \in}$

ب) $y = -2x + 3 + x^2 \quad x \in [3, +\infty) \Rightarrow x = 3 \Rightarrow 9 - 6 + 3 = 6$

$(x-1)^2 + 2 = y \Rightarrow \sqrt{y-2} = |x-1| \Rightarrow \sqrt{y-2} + 1 = x \Rightarrow \quad (3,6)$

$y^{-1} = \sqrt{x-2} + 1$

$D_{y^{-1}} = R_y = [6, +\infty) \quad x \in$



یک به یک است.

۳ ۱/۷۵

$f(x)=-\sqrt{16-4x(4-x)}+2x \Rightarrow 2x-\sqrt{16-16x+4x^2}$

$2x-\sqrt{4(4-4x+x^2)} \Rightarrow 2x-2\sqrt{(x-2)^2} \Rightarrow 2x-2|x-2|$

$x\geq 2$: $2x-2x+4=4$ $\qquad$ $x\leq 2$: $2x+2x-4=4x-4$

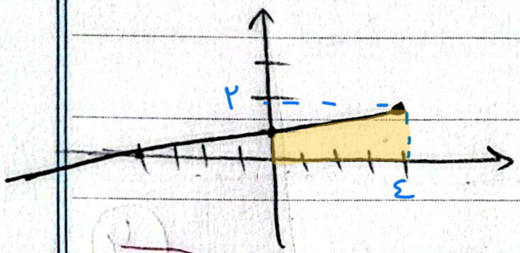
وارون پذیر نیست

$y=4x-4 \Rightarrow \frac{y+4}{4}=x \rightarrow y^{-1}=\frac{x+4}{4}=\frac{x}{4}+1$

$R_y=D_{g^{-1}} \Rightarrow \frac{x}{4}+1=y^{-1} \quad x\in(-\infty,4]$

$x=2$: $8-4=4$

$R_y=(-\infty,4]$



$S=4\times 1\times \frac{1}{2}=2$

$S=\frac{4(1+2)}{2}=3$

* مساحت با قسمت ⊕ محور x ها را میخواهد

۴ ۲

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \Rightarrow y_1=y_2 \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \Rightarrow$

$\frac{x_1^2}{x_1^2-5}=\frac{x_2^2}{x_2^2-5} \Rightarrow x_2^2x_1^2-5x_2^2=x_1^2x_2^2-5x_1^2 \Rightarrow$

$5x_2^2=5x_1^2 \Rightarrow x_1^2=x_2^2 \Rightarrow x_1=\pm x_2$

$x_1=x_2$ ← چون به توان ۲ رساندیم اشتباه شده

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \Rightarrow y\sqrt{x^2-5}=x \Rightarrow y^2x^2-5y^2=x^2 \Rightarrow$

$y^2x^2-x^2=5y^2 \Rightarrow \frac{5y^2}{y^2-1}=x^2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \rightarrow$

$x=\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}}$ در صفحه نقاط مشترک x و y هم علامت هستند

$D_{f^{-1}}=\mathbb{R}-[-1,1]$

۵) از $\frac{-b}{2a}$ نتیجه می‌گیریم هر دو تابع به تنهایی وارون پذیرند.

$$g(x)=\begin{cases} x^2-4x+k & x\geqslant 2 \\ -x^2+6x+3k & x<2 \end{cases}$$

$x^2-4x+k \Rightarrow \frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2 \xRightarrow{x=2} 4-8+k=-4+k$ ۲

$-x^2+6x+3k \Rightarrow \frac{-b}{2a}=\frac{-6}{-2}=3 \xRightarrow{x=2} -4+12+3k=8+3k$

$-4+k \geqslant 8+3k \Rightarrow -12\geqslant 2k \Rightarrow \boxed{-6\geqslant k}$

چون تابع اولی صعودی است
در دومی نزولی شد مینیمم اولی
باید بالای ماکسیمم قرار بگیرد

$f(x)=3x+|x| \Rightarrow x>0 \Rightarrow 3x+x=4x=y$ ۶)

$R_{f(x)}=(0,+\infty)$ $\quad f^{-1}_{(x)}=\frac{x}{4}$ ۲

$x\leqslant 0 \Rightarrow 3x-x=2x=y$ $\quad D_{f^{-1}}=[0,+\infty)$

$R_{f(x)}=(-\infty,0]$

$\frac{x}{2}=f^{-1}_{(x)} \Rightarrow D_{f^{-1}}=(-\infty,0]$

$ax+bx=\frac{x}{4}$

$ax-bx=\frac{x}{2}$

$2ax=\frac{3x}{4} \Rightarrow$

$a=\frac{3}{8}$

$b=-\frac{1}{8}$

$g(x)=\frac{3}{8}x-\frac{1}{8}|x|$

$a\times b=\frac{3}{8}\times -\frac{1}{8}=-\frac{3}{64}$

(7)

$f(x) = \dfrac{3x+4}{x+m}$, $(2,-10)$ $\xrightarrow{x=2}$ $\dfrac{6+4}{2+m} = -10 \Rightarrow -20-10m+10$

$= 30m - 10m \Rightarrow m=-3$

2

$f(x) = \dfrac{3x+4}{x-3} \Longrightarrow \underbrace{f \circ f^{-1}(x)} + f^{-1}(x)$

$x + \dfrac{3x+4}{x-3} = x \Rightarrow \dfrac{3x+4}{x-3} = 0$

$y^{-1} = -\dfrac{-3x-4}{x-3} = y^{-1} = \dfrac{3x+4}{x-3}$

$\cancel{x = -\dfrac{4}{3}}$

(8)

$f(3-2x) = 2 - g(\frac{x}{2})$

$g^{-1}(4) = t \longrightarrow g(t) = 4 \longrightarrow \frac{x}{2} = t \Rightarrow x = 2t$

$f(3-4t) = 2 - g(\frac{2t}{2}) \longrightarrow f(3-4t) = -2 \longrightarrow f^{-1}(-2) =$
$3-4t$

$4t + 3 - 4t = 3$

(9)

$y = \dfrac{5x-13}{1-x} \longrightarrow -f(-x) \Rightarrow y = \dfrac{5x+13}{x+1} \longrightarrow f(x-2)-3$

$\longrightarrow \dfrac{5(x-2)+13}{(x-2)+1} - 3 \Rightarrow \dfrac{5x-10+13}{x-1} - 3 = \dfrac{5x+3-3x+3}{x-1}$

$\Rightarrow \dfrac{2x+6}{x-1} \longrightarrow f^{-1}(x) = -\dfrac{(-x-6)}{x-2} = \dfrac{x+6}{x-2} \Longrightarrow$ 2

$\dfrac{x+6}{x-2} = \dfrac{2x+6}{x-1} \longrightarrow x^2 + 5x - 6 = 2x^2 - 4x + 6x - 12 \Longrightarrow$

$x^2 - 3x - 6 = 0 \longrightarrow +3$ جمع طول نقاط

$$f_{(x)} = x + 4[x] \Longrightarrow [y] = [x + 4[x]] = [y] = [x] + 4[x]$$

$$\Rightarrow [y] = 5[x] \Longrightarrow \frac{[y]}{5} = [x] \xrightarrow{[x] = \frac{y-x}{4}} \frac{[y]}{5} = \frac{y-x}{4}$$

$$\Longrightarrow \frac{4[y]}{5} - y = -x \Rightarrow y^{-1} = x - \frac{4[x]}{5}$$

$R = R$

$D_f = R$

$$x + 4[x] - x + \frac{4[x]}{5} \Rightarrow \frac{20[x] + 4[x]}{5} = \frac{24[x]}{5}$$