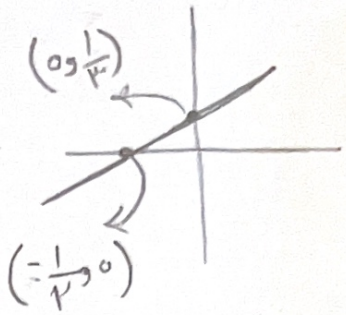
۲۰ آفرین

لسارا عبدالهی :

۱)

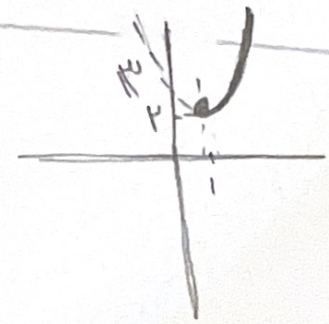
$2y = 3x - 1$

$y = \frac{3x-1}{2}$ $\quad f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$



$S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

۲)



الف۱) $y = x^2 - 2x + 2$

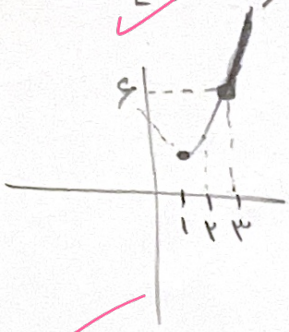
$(x-1)^2 + 2$

یک به یک ☑

$x = (y-1)^2 + 2$

$1 + \sqrt{x-2} = y$

$x \in [2, +\infty)$



ب) $y = x^2 - 2x + 2$

یک به یک ☑

$f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x-2}$

$x \in [6, +\infty)$

$2x - \sqrt{14 - 12x + 4x^2}$

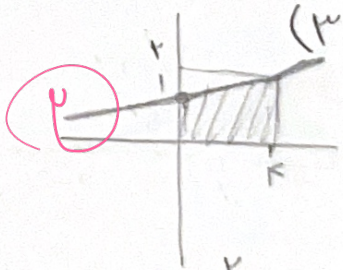
$2x - 2\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 2|x-2|$

$x \geq 2 \quad 2x - 2x + 4 = 4$

$x \leq 2 \quad 2x + 2x - 4 = 4x - 4$ در بازه $(-\infty, 2]$ ✓

$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{4} = \frac{x}{4} + 1 \qquad D_{f^{-1}} = (-\infty, 4]$

۳)



$S = \frac{(1+2) \times 4}{2} = 6$

(۴

$y_1 = y_۲ \longrightarrow x_1 = x_۲$

$y_1 = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^۲ - ۵}} \qquad y_۲ = \frac{x_۲}{\sqrt{x_۲^۲ - ۵}}$

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^۲-۵}} = \frac{x_۲}{\sqrt{x_۲^۲-۵}} \Longrightarrow \frac{x_1^۲}{x_1^۲-۵} = \frac{x_۲^۲}{x_۲^۲-۵} \Longrightarrow x_1^۲ x_۲^۲ - ۵x_۲^۲ = x_1^۲ x_۲^۲ - ۵x_1^۲$

۲

$x_1^۲ = x_۲^۲ \Longrightarrow x_1 = \pm x_۲ \xrightarrow[\text{هم علامت}]{x, y} x_1 = x_۲$

$x = \frac{y}{\sqrt{y^۲-۵}} \Longrightarrow x^۲ = \frac{y^۲}{y^۲-۵} \qquad x^۲y^۲ - ۵x^۲ = y^۲$

$-۵x^۲ = y^۲(1-x^۲)$

$y = \sqrt{\frac{-۵x^۲}{1-x^۲}}$

(۵

به ازای $n=۲$

۲

$۴ - ۸ + K = -۴ + K$

$-۴ + ۱۲ + ۳K = ۸ + ۳K$

شرط پله‌ای بودن:

$۸ + ۳K \leqslant -۴ + K$

$۲K \leqslant -۱۲$

$K \leqslant -۶$

(۶

$x \geqslant 0 \quad ۳x + x = ۴x$

$x < 0 \quad ۳x - x = ۲x$

$f^{-1}(x)$

$x \geqslant 0 \quad \frac{1}{۴}x$

$x < 0 \quad \frac{1}{۲}x$

۲

$\frac{\frac{1}{۴}+\frac{1}{۲}}{۲} = a = \frac{۳}{۸}$

$f(1) = ۴ \rightarrow f^{-1}(۴) = 1$

$g(۴) = \frac{۳}{۲۸} \times ۴ + ۴b = 1$

$ab = \frac{۳}{۸} \times (-\frac{1}{۸}) = -\frac{۳}{۶۴}$

$۴b = -\frac{1}{۲} \qquad b = -\frac{1}{۸}$

سارا عبدالهی

$$\frac{3(2)+4}{2+m} = -10 \quad m = -3$$

-۷

$$x = \frac{3y+4}{y-3} \qquad yx - 3x = 3y + 4 \qquad y = \frac{3x+4}{x-3}$$

$$-3x - 4 = y(3-x)$$

(۲)

$$f\left(\frac{3x+4}{x-3}\right) + \frac{3x+4}{x-3}$$

$$\frac{3\left(\frac{3x+4}{x-3}\right)+4}{\frac{3x+4}{x-3}-3} = \frac{\frac{9x+12+4x-12}{x-3}}{\frac{3x+4-3x+9}{x-3}} = \frac{13x}{13} = x$$

$$\left(f \circ f^{-1}(x) = x\right)^{*} \Rightarrow x + \frac{3x+4}{x-3} = \frac{x^2+4}{x-3} \Rightarrow \frac{x^2+4}{x-3} = x$$

راه راحت تر

$$x^2 + 4 = x^2 - 3x \qquad 3x = -4 \qquad x = -\frac{4}{3}$$

$$x + \frac{3x+4}{x-3} = x \rightarrow \frac{3x+4}{x-3} = 0$$

-۸

$$f^{-1}(-2) = a$$

$$f(a) = -2$$

$$3 - 2x = a$$

$$x = \frac{a-3}{-2} = \frac{3-a}{2}$$

(۲)

$$f(a) = 2 - g\left(\frac{3-a}{4}\right)$$

$$g\left(\frac{3-a}{4}\right) = 4$$

$$g^{-1}(4) = \frac{3-a}{4}$$

$$4g^{-1}(4) + f^{-1}(-2) = 4\left(\frac{3-a}{4}\right) + a = 3$$

(۹

$$y = \frac{+\Delta x + 11^{\circ}}{1+x}$$

قرینه

$$\longrightarrow \frac{\Delta(x-2)+11^{\circ}}{1+(x-2)} - 4^{\circ} = f(x) = \frac{2x+4}{x-1}$$

(۲)

$$\text{وارون} \rightarrow x = \frac{2y+4}{y-1} \Rightarrow xy - x = 2y + 4 \Rightarrow -x = y(2-x) + 4$$

$$\frac{-x-4}{2-x} = y \qquad y = \frac{x+4}{x-2}$$

$$\frac{x+4}{x-2} = \frac{2x+4}{x-1} \qquad x^2 + 5x - 4 = 2x^2 + 2x - 12$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$-\frac{b}{a} = S = 3^{\circ}$$

$$y = x + f[x]$$

$$x = y + f[y] \xrightarrow{\text{برابر}} [x] = [y] + f[y] \rightarrow [y] = \frac{[x]}{5}$$

(۱۰ (۲)

$$y = -f[y] + x$$

$$y = x - \frac{f[x]}{5} = g(x)$$

$$f(x) - g(x) = x + f[x] - x + \frac{f[x]}{5} = \frac{14f[x]}{5}$$