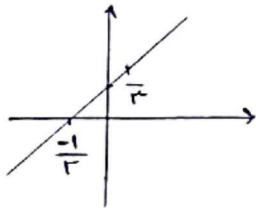


$$y = 2x - 1 \rightarrow y = \frac{2x-1}{2} \rightarrow \varphi^{-1}(x) : x = \frac{2y-1}{2} \rightarrow 2x+1 = 2y \rightarrow y = \frac{2}{2}x + \frac{1}{2}$$



$$S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

۱

تابع درجه ۲ یک به یک نیستن پس این که دامنه انتخاب کردیم که هم در این هم ب دامنه بودی خود سه که یک به یک باشند
 $\varphi(x) : x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-1)^2 + 2 \rightarrow \varphi^{-1}(x) : x = (y-1)^2 + 2 \rightarrow x-2 = (y-1)^2$
 $\sqrt{x-2} = |y-1| \xrightarrow{\text{چون } x \geq 2} \sqrt{x-2} = y-1 \rightarrow 1 + \sqrt{x-2} \leq y$ و $D\varphi^{-1} = [2, +\infty)$

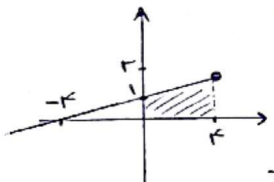
۲

ب) $\varphi(x) : x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-1)^2 + 2 \rightarrow \varphi(x) : x = (y-1)^2 + 2 \rightarrow x-2 = (y-1)^2$
 $\sqrt{x-2} = |y-1| \xrightarrow{\text{چون } x \geq 2} \sqrt{x-2} = y-1 \rightarrow 1 + \sqrt{x-2} \leq y$ و $D\varphi^{-1} = [2, +\infty)$

$$\varphi(x) : 2x - \sqrt{4 - 4x + 4x^2} = 2x - \sqrt{(2x-1)^2} = 2x - |2x-1|$$

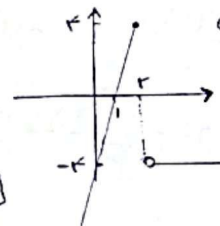
$$x \leq 2 \rightarrow 2x + 2x - 1 = 4x - 1 \rightarrow \varphi^{-1}(x) : x = 4y - 1 \rightarrow y = \frac{x+1}{4}$$

$$D\varphi^{-1} = R_{\varphi} = (-\infty, 2]$$



مساحت
مختار
جفت مثبت قدر

$$\frac{(2+1) \times 2}{2} = 3$$



۳

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \rightarrow x_1\sqrt{x_2^2-5} = x_2\sqrt{x_1^2-5} \rightarrow \frac{x_1^2}{x_2^2} = \frac{x_1^2-5}{x_2^2-5} \rightarrow x_1^2(x_2^2-5) = x_2^2(x_1^2-5)$$

اما چون $x_1 = \pm x_2$ پس به سبب یک به یک نیستن چون $\varphi(x)$ همواره
 ضیقن الفکت نیستن $\varphi(x) \neq \varphi(x)$ است! پس نقاط $x_1 = x_2$ درست است و یک به یک است.

۴

نقاط جفت
ان قبول است
چون اول هم جفت هستن!

$$x = \frac{y}{\sqrt{y^2-5}} \rightarrow x\sqrt{y^2-5} = y \rightarrow x^2 y^2 - 5x^2 = y^2 \rightarrow y^2(x^2-1) = 5x^2 \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

به عنوان جفتانه برد هر دو مستقیم را حساب می کنیم و می نویسیم که نقطه $\max$ عبارت دوم کوچکتر یا مساوی است
 با نقطه $\min$ عبارت اول:

$$g(x) : \begin{cases} x^2 - 4x + 4 & x \geq 2 \rightarrow R = [2, +\infty) \\ -x^2 + 4x + 2 & x < 2 \rightarrow R = (-\infty, 2) \end{cases}$$

$$\rightarrow 2K + 4 \leq 4 - 4 \rightarrow 2K \leq -8 \rightarrow K \leq -4$$

۵

$$f(x) = \begin{cases} rx + 1 & x \geq 0 \\ rx & x < 0 \end{cases} \rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{r} & x \geq 0 \\ \frac{x}{r} & x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r} = \frac{r}{\lambda} \rightarrow \frac{1}{r} - \frac{r}{\lambda} = -\frac{1}{\lambda} \rightarrow \frac{1}{r} - \frac{r}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \rightarrow f^{-1}(x) = ax + b|x| \rightarrow \frac{r}{\lambda}x - \frac{1}{\lambda}|x| \rightarrow ab = \frac{r}{\lambda}x - \frac{1}{\lambda} = -\frac{r}{4r}$$

6

$$f(x) = \frac{rx+k}{x+m} \xrightarrow{(r, -10)} \frac{r(r)+k}{r+m} = -10 \rightarrow 10 = -r - 10m \rightarrow m = -r \rightarrow f(x) = \frac{rx+k}{x-r}$$

$$f \circ f^{-1}(x) = f^{-1}(x) = y \xrightarrow{\text{محل متغی}} x + f^{-1}(x) = y \xrightarrow{\text{نیمساز به اود}} x + f^{-1}(x) = x \rightarrow f^{-1}(x) = 0$$

$$f(x) = \frac{rx+k}{x-r} \rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{rx-k}{x-r} = \frac{rx+k}{x-r} \rightarrow \frac{rx+k}{x-r} = 0 \rightarrow x = -\frac{k}{r}$$

7

$$\text{ابتدا مقدار } f(x) \text{ را بدست می آوریم: } x = \frac{r-x}{r} \rightarrow f(r - r(\frac{r-x}{r})) = f(x) = r - g(\frac{r-x}{r})$$

$$f^{-1}(r) + kg^{-1}(r) = \rightarrow f^{-1}(r) = k \rightarrow f(k) = r \rightarrow -r = r - g(\frac{r-k}{r})$$

$$\rightarrow g(\frac{r-k}{r}) = k$$

$$\rightarrow f^{-1}(r) + kg^{-1}(r) = k + r(\frac{r-k}{r}) = k$$

8

$$y = \frac{\omega x - 13}{1-x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = \frac{-\omega x - 13}{1+x} \rightarrow y = \frac{\omega x + 13}{1+x} \xrightarrow{\text{دو دایره به راست}} y = \frac{\omega(x-2) + 13}{x-2+1} = \frac{\omega x + 13}{x-1} \xrightarrow{\text{دو دایره به چپین}} y = \frac{\omega x + 13}{x-1}$$

$$\frac{\omega x + 13}{x-1} - 13 = \frac{\omega x + 13 - 13x + 13}{x-1} = \frac{rx + 4}{x-1} = f(x) \rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{-x-4}{x-2} = \frac{x+4}{x-2}$$

$$\text{نقاط تقاطع: } \frac{rx+4}{x-1} = \frac{x+4}{x-2} \rightarrow x^2 + \omega x - 4 = rx^2 + rx - 12 \rightarrow x^2 - rx - 4 = 0 \rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{r}{2} = 4$$

9

- $x + f[x]$ را بدین فرم که سوال داده است را می توان تابع وارونش را پیدا کرد پس باید ابتدا $[x]$ را بدست حساب کنیم

$$y = x + f[x] \xrightarrow{\text{بردارت}} [y] = [x + f[x]]$$

$$\rightarrow [y] = \omega[x] \rightarrow \frac{[y]}{\omega} = [x] \rightarrow y = x + f[x] \rightarrow y = x + \frac{f[y]}{\omega} \rightarrow x = y - \frac{f[y]}{\omega} \xrightarrow{\text{وارون}} y = x - \frac{f[x]}{\omega}$$

$$f(x) - g(x) = x + f[x] - x + \frac{f[x]}{\omega} = \frac{rf[x]}{\omega}$$

گ(x)

10