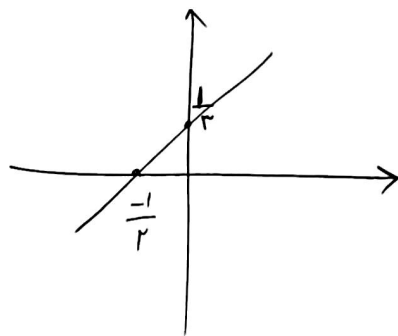


$$2y = 3x - 1 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض می کنیم}}$$

$$2x = 3y - 1 \rightarrow 3y = 2x + 1 \rightarrow y = \frac{2x+1}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3}$$



$$\frac{2x+1}{3} \rightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \left| \frac{-1}{2} \right|$$

$$\frac{2(0)+1}{3} = \frac{1}{3} \rightarrow \left| \frac{1}{3} \right|$$

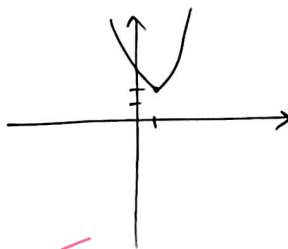
$$f = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}{2} = \left(\frac{1}{12} \right)$$

۲ جواب

الف) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [1, +\infty)$

$$\left| \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \right|$$

در بازه $[1, +\infty)$ ابتدا صعودی و کمناهیست.



$$y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y = (x-1)^2 + 2 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض می کنیم}} x = (y-1)^2 + 2$$

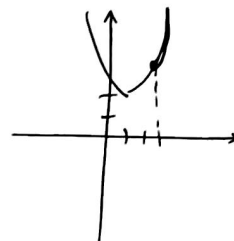
$$\rightarrow (y-1)^2 = x-2 \rightarrow y-1 = \pm \sqrt{x-2} \rightarrow y = \sqrt{x-2} + 1$$

بر بازه $[1, +\infty)$ این بین تنها مقدار مثبت را داریم چون این مقدار منفی آن غلط است.

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 \quad x \geq 2$$

ب) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [3, +\infty)$

در این بازه ابتدا صعودی و کمناهیست.



$$y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow x = (y-1)^2 + 2 \rightarrow (y-1)^2 = x-2 \rightarrow y-1 = \pm \sqrt{x-2}$$

$$\rightarrow y = \pm \sqrt{x-2} + 1$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 \quad x \geq 4$$

در دامنه معلوم تابع، برد تابع این بین $[3, +\infty)$ صافه بود

مقدار منفی غلط است و تنها مقدار + غلط است.

$$f(x) = 2x - \sqrt{16 - 4x(x-2)} \rightarrow f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - 16x + 16}$$

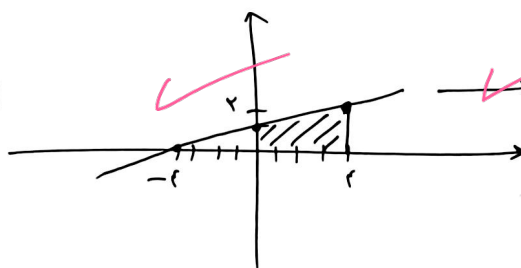
$$f(x) = 2x - \sqrt{(2x-4)^2} \rightarrow f(x) = 2x - |2x-4|$$

$2x - (4 - 2x)$	$2x - (2x - 4)$
$\boxed{4x - 4}$	$f(x) = 4 \rightarrow$ دارون پذیر

$(-\infty, 2]$ درجه ۱
دارون پذیر است.

$$y = 4x - 4 \xrightarrow{x \leq 2} x = 4y - 4 \rightarrow 4y = x + 4 \rightarrow y = \frac{x+4}{4}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{4} \quad x \leq 4$$



$$S = \frac{(2+1) \times 4}{1 \times 2} = 6$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a}} \rightarrow$$

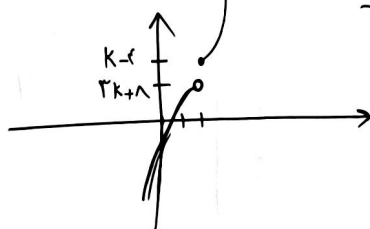
مجموع یک به یک است زیرا در اعداد حقیقی
یک ن میانه یک فرد دارد.

$$x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - a}} \rightarrow x \sqrt{y^2 - a} = y \rightarrow x^2 (y^2 - a) = y^2 \rightarrow x^2 y^2 - a x^2 = y^2$$

$$x^2 y^2 - y^2 = a x^2 \rightarrow y^2 (x^2 - 1) = a x^2 \rightarrow y^2 = \frac{a x^2}{x^2 - 1} \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{a x^2}{x^2 - 1}}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{a x^2}{x^2 - 1}}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + 3k & x < 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ 4 - 4 + k = k - 4 \end{cases}$$



$$x = 2 \rightarrow -4 + 12 + 3k = 3k + 8$$

$$k - 4 \geq 3k + 8$$

$$2k \leq -12 \rightarrow k \leq -6$$

مراجعة

- 9

$$f(x) = rx + |x|$$

$$x > 0 \rightarrow f(x) = rx \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{r}$$

$x > 0$

$$x < 0 \rightarrow f(x) = rx \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{r}$$

$x < 0$

9

$$g(x) = ax + b|x|$$

$$x > 0 \rightarrow ax + bx \rightarrow g(x) = (a+b)x$$

$$x < 0 \rightarrow ax - bx \rightarrow g(x) = (a-b)x$$

$$\begin{cases} a+b = \frac{1}{r} \\ a-b = \frac{1}{r} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ra = \frac{r}{r} \\ a = \frac{r}{r} \\ b = \frac{1}{r} \end{cases}$$

$$ab = \frac{r}{r} \times \frac{1}{r} = \frac{1}{r}$$

$$f(x) = \frac{rx + r}{x + r}$$

$$\begin{matrix} r \\ -1 \end{matrix} \rightarrow \frac{r(r) + r}{r + r} = -1 \rightarrow -1 = \frac{r}{r} + \frac{1}{r} \cdot m$$

$$m = -r$$

- 7

$$f(x) = \frac{rx + r}{x - r} \xrightarrow{\text{عوض في المعادلة}} x = \frac{ry + r}{y - r} \rightarrow xy - rx = ry + r$$

$$\rightarrow xy - ry = rx + r \rightarrow y = \frac{rx + r}{x - r} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{rx + r}{x - r}$$

$$f \circ f^{-1}(x) = f(f^{-1}(x)) = \frac{r \left(\frac{rx + r}{x - r} \right) + r}{\frac{rx + r}{x - r} - r} = \frac{1 \cdot rx}{\frac{x - r}{1 \cdot r}} = x$$

$$f^{-1}(x) + f \circ f^{-1}(x) = x + \frac{rx + r}{x - r} = \frac{x^2 - rx + rx + r}{x - r} = \frac{x^2 + r}{x - r}$$

$$\frac{x^2 + r}{x - r} = x \rightarrow x^2 + r = x^2 - rx \rightarrow rx = -r \rightarrow x = \frac{-r}{r}$$

القيمة هي -1

نکته:

$$f(\underbrace{r-rn}_a) = r - g(\underbrace{\frac{n}{r}}_b)$$

$$f g^{-1}(r) + f^{-1}(-r) = r b + a = f(\frac{n}{r}) + r - rn = \cancel{r} + r - \cancel{r}n =$$

$$f^{-1}(-r) \rightarrow f(a) = -r$$

جواب: $\textcircled{3}$ $\textcircled{2}$

$$g^{-1}(r) \rightarrow g(b) = r$$

$$y = \frac{5n-13}{1-n} \xrightarrow[\text{مخرج دهمین}]{\text{قرینیت به مخرج یکسان}} y = -\frac{5(-n)-13}{1-(-n)} \rightarrow y = \frac{5n+13}{n+1}$$

- 9

$$\xrightarrow{\text{استان}} y = \frac{5(n-2)+13}{(n-2)+1} - 3 \rightarrow f(n) = \frac{5n+3}{n+1} - 3$$

$$\rightarrow \boxed{f(n) = \frac{2n+4}{n-1}} \xrightarrow[\text{عوض در مخرج}]{\text{عوض در صورت}} x = \frac{2y+4}{y-1} \rightarrow ny - x = 2y + 4$$

$$\rightarrow ny - 2y = x + 4 \rightarrow y = \frac{x+4}{n-2} \rightarrow \boxed{f^{-1}(n) = \frac{x+4}{n-2}}$$

$$f(n) = f^{-1}(n) \rightarrow \frac{2x+4}{n-1} = \frac{x+4}{n-2} \rightarrow 2n^2 - 4n + 4n - 12 = x^2 + 5n - 4$$

$$\rightarrow x^2 - 3n - 4 = 0 \rightarrow \textcircled{3} = \frac{-b}{a} = \text{مجموع ها}$$

جواب:

$$f(n) = x + f[n] \rightarrow [x] = \frac{y-x}{f}$$

$$y = x + f[n] \rightarrow [y] = [x + f[n]] \rightarrow [y] = [x] + f[n]$$

- 10

$$[y] = 5[x] \rightarrow [y] = 5\left(\frac{y-x}{f}\right) \rightarrow [y] = \frac{5}{f}y - \frac{5}{f}x$$

$$\frac{5}{f}x = \frac{5}{f}y - [y] \rightarrow x = y - \frac{f}{5}[y] \rightarrow y = x - \frac{f}{5}[n]$$

$$g(n) = f^{-1}(n) = x - \frac{f}{5}[n]$$

$$(f-g)n = f(n) - g(n) = \cancel{x} + f[n] - \cancel{x} + \frac{f}{5}[n] = \frac{2f}{5}[n]$$

جواب: