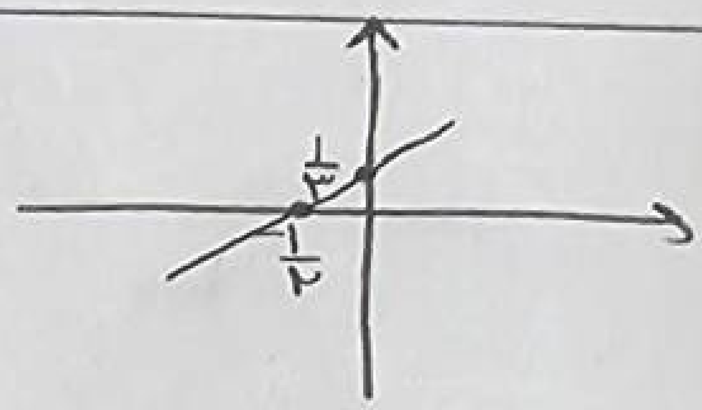
نام و نام خانوادگی ...لیلی صباطبایی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۵..۱. کلاس سه شنبه دوازدهم

۱

$2y=3x-1 \Rightarrow 3x=2y+1 \Rightarrow x=\frac{2}{3}y+\frac{1}{3} \xrightarrow[y \text{ و } x]{\text{عوض کردن}} y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$



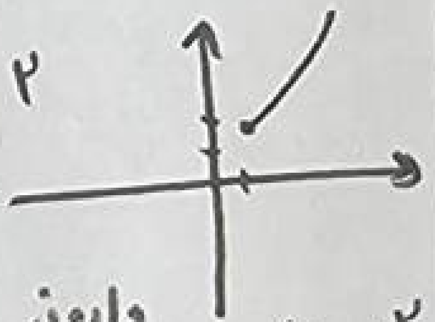
مساحت با محورهای مختصات $= S_\Delta = \dfrac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$

۲

الف) $y=x^2-2x+3,\ x\in[1,+\infty)$

$x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1,\ y_{min}=1-2+3=2$

$\Rightarrow$ یک به یک است



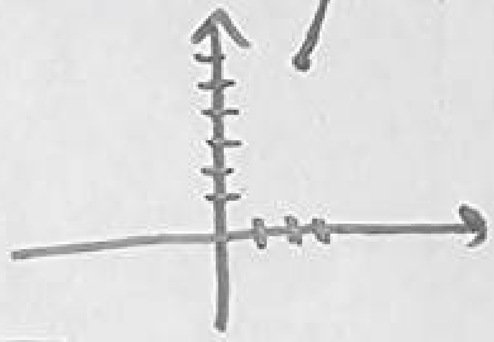
$y=x^2-2x+3-2+2 \Rightarrow y=(x-1)^2+2 \xrightarrow{\text{وارون}} x=(y-1)^2+2$

$\sqrt{x-2}=y-1 \Rightarrow y=\sqrt{x-2}+1$

دامنه تابع معکوس = برد تابع اصلی = $[2,+\infty)$

ب) $y=x^2-2x+3,\ x\in[3,+\infty)$

$3 > \frac{-b}{2a} \Rightarrow$ یک به یک است



ضابطه معکوس = مثال الف $\Rightarrow y=\sqrt{x-2}+1$

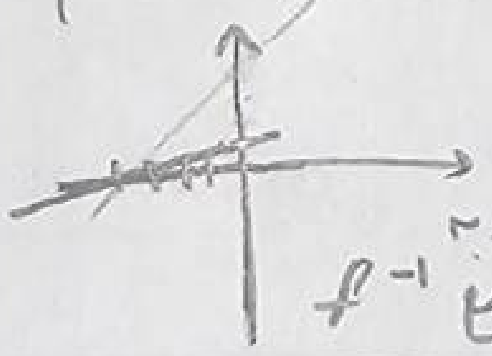
دامنه تابع معکوس = برد تابع اصلی = $[6,+\infty)$

۳

$f(x)=2x-\sqrt{16-4x(4-x)}=2x-\sqrt{4x^2-8x+16}=2x-\sqrt{(2x-4)^2}=2x-|2x-4|$

$\begin{cases} -4 & x\ge 0 \to \text{یک به یک نیست} \Rightarrow \text{وارون پذیر نیست} \\ 4x-4 & x<0\ \checkmark \end{cases}$

⟶ یک به یک و وارون پذیر $\Rightarrow 4x-4=y \xrightarrow{\text{وارون}} x=4y-4 \Rightarrow y=\frac{x+4}{4}$



S ناحیه محدود به نمودار تابع f^{-1} $= S_\Delta=\frac{1\times 4}{2}=\boxed{2}$

۴

$f(x_1)=f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-5}=\frac{x_2^2}{x_2^2-5} \Rightarrow \cancel{x_1^2x_2^2}-5x_1^2=\cancel{x_1^2x_2^2}-5x_2^2$

$x_1^2=x_2^2 \Rightarrow x_1=\pm x_2$ ⟶ اما این اشتباه است به دلیل رادیکال در مخرج x و y هم علامت اند $\Rightarrow$ این تابع یک به یک است

معکوس $\Rightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^2-5}} \Rightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-5} \Rightarrow x^2y^2-5x^2=y^2 \Rightarrow y^2-x^2y^2=5x^2 \Rightarrow$

$y^2(1-x^2)=5x^2 \Rightarrow y=\sqrt{\frac{5x^2}{1-x^2}} \Rightarrow \boxed{y=\frac{\sqrt{5}\,x}{\sqrt{1-x^2}}}$

$\Leftarrow$ x و y هم علامت اند

۵

$g(x)=\begin{cases} x^2-4x+k; & x\ge 2 \\ -x^2+4x+3k; & x<2 \end{cases}$ $\left| \begin{matrix} \frac{-b}{2a}=2 \\ k-4 \end{matrix} \right\}$ min نقطه $\Rightarrow R=[k-4,+\infty)$

$\Rightarrow \text{If } x=2 \Rightarrow y=(-\infty, 8+3k)$

$k-4 \ge 8+3k \Rightarrow 2k \le -12 \Rightarrow \boxed{k\le -6}$

لیلی طباطبایی

۶

$$f(x)=3x+|x| \begin{cases} f(x)=4x & x\geq 0 \\ f(x)=2x & x<0 \end{cases} \quad f^{-1} \begin{cases} \frac{x}{4} & x \geq 0 \\ \frac{x}{2} & x<0 \end{cases}$$

$a = $ میانگین دو شیب $\Rightarrow \dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{2} = \dfrac{3}{8} \Rightarrow g(x) = \dfrac{3}{8}x + b|x| \xrightarrow{(1, \frac{1}{4})} \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{8} + b \Rightarrow b = \dfrac{-1}{8}$

$$ab = \frac{-1}{8} \times \frac{3}{8} = \boxed{\frac{-3}{64}}$$

۷

$f(x) = \dfrac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{(2,-10)} -10 = \dfrac{10}{2+m} \Rightarrow -10m-20=10 \Rightarrow -10m=30 \Rightarrow m=-3$

$\Rightarrow f(x) = \dfrac{\overset{a}{3x}+4}{x-\underset{d}{3}} \xrightarrow[\text{قرینه}]{\text{جای d و a عوض}} \dfrac{3x+4}{x-3} = f^{-1}$ ① ② $f \circ f^{-1}(x) = x \Rightarrow 1+2 = x$ نیمساز ناحیه اول و سوم

$x + \dfrac{3x+4}{x-3} = x \Rightarrow \dfrac{3x+4}{x-3} = 0 \Rightarrow 3x+4=0 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{4}{3}}$

۸

$f(3-2x) = -2 \Rightarrow 2 - g(\frac{x}{2}) = -2 \Rightarrow g(\frac{x}{2}) = 4$

$f(3-2x) = -2 \Rightarrow f^{-1}(-2) = 3-2x$

$g(\frac{x}{2}) = 4 \Rightarrow g^{-1}(4) = \frac{x}{2}$

$4g^{-1}(4) + f^{-1}(-2) = 4(\frac{x}{2}) + 3 - 2x = \boxed{3}$

۹

$y = \dfrac{5x-13}{1-x} \xrightarrow[\text{مبدا مختصات}]{\text{قرینه نسبت به}} y = -\dfrac{-5x-13}{1+x} = \dfrac{5x+13}{1+x} \xrightarrow[\text{۳ واحد پایین}]{\text{دو واحد راست}} y = \dfrac{5(x-2)+13}{1+x-2} - 3$

$= \dfrac{5x+3}{x-1} - 3 = \dfrac{\overset{a}{2x}+6}{x-\underset{d}{1}} = f(x) \xrightarrow[\text{عوض و قرینه}]{\text{جای a و d}} \dfrac{x+6}{x-2} = f^{-1}$

$\dfrac{x+6}{x-2} = \dfrac{2x+6}{x-1} \Rightarrow x^2+5x-6 = 2x^2+2x-12 \Rightarrow x^2-3x-6=0 \underset{\Delta>0}{\overset{\text{مجموع}}{\Longrightarrow}} \dfrac{-b}{a} = \boxed{3}$

۱۰

$f(x) = x + 4[x] \Rightarrow x = y + 4[y] \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{براکت از دو طرف}} [x] = [y+4[y]] \Rightarrow [x] =$

$\underbrace{[y]+4[y]}_{5[y]} \Rightarrow [y] = \dfrac{[x]}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) = x - \dfrac{1}{5}[x] = g(x)$

$f(x) - g(x) = \cancel{x} + 4[x] - \cancel{x} + \dfrac{1}{5}[x] = \boxed{\dfrac{21}{5}[x]}$