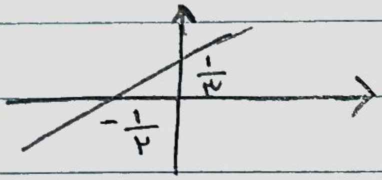
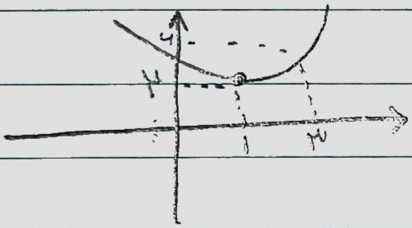
پارمیس نبی‌زاده ، گروه دوازدهم دختر B      تکلیف شماره ۱۰

۱) $۲y = ۳x - ۱ \longrightarrow x = \frac{۲y+۱}{۳}$    $f^{-1}(x) = \frac{۲}{۳}x + \frac{۱}{۳}$



$\overset{\Delta}{S} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۱۲}$

۲) الف) در بازه $[۱ , \infty)$ تابع ۱−۱ هست



$y = x^۲ - ۲x + ۳$

$y = (x-۱)^۲ + ۲$

$f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-۲} + ۱$

$R_{f^{-1}} = D_f = [۱ , +\infty)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = ۱ + \sqrt{x-۲}$

$D_{f^{-1}(x)} = [۲ , +\infty)$

ب) در بازه $[۳ , +\infty)$ تابع ۱−۱ هست    $y = (x-۱)^۲ + ۲$

$f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-۲} + ۱$     $R_{f^{-1}} = D_f = [۳ , +\infty)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = ۱ + \sqrt{x-۲}$

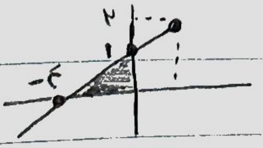
$D_{f^{-1}} = R_f = [۶ , +\infty)$

۳) $f(x) = ۲x - \sqrt{۴x^۲ - ۱۶x + ۱۶} = ۲x - \sqrt{(۲x-۴)^۲}$

$f(x) = ۲x - |۲x - ۴|$

| | ۲ | |
|---|---|---|
| $۴x - ۴$ | | ۴ |
| وارون پذیر | | تابع ثابت، وارون ناپذیر |

$y = ۴x - ۴$    $x = \frac{y+۴}{۴}$    $f^{-1}(x) = \frac{x}{۴} + ۱$



$\overset{\Delta}{S} = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۴ = ۲$

$(x_1, y) \in f \quad (x_2, y) \in f$ ٤)

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^٢-٥}} = \frac{x_٢}{\sqrt{x_٢^٢-٥}} \xrightarrow{\text{توان ٢}} \frac{x_1^٢}{x_1^٢-٥} = \frac{x_٢^٢}{x_٢^٢-٥}$$

$$\cancel{x_1^٢ x_٢^٢} - ٥x_1^٢ = \cancel{x_٢^٢ x_1^٢} - ٥x_٢^٢ \Rightarrow x_1 = \pm x_٢$$

* $x$ و $y$ همواره هم علامت اند و $y$ نمی‌توانند ٢ مقدار مختلف العلامت داشته باشد

$\Leftarrow x_1 = x_٢$ خطای بالا به خاطر توان ٢ ایجاد شد $\Leftarrow$ یک به یک هست

$$x' = \frac{y}{\sqrt{y^٢-٥}} \xrightarrow{\text{توان ٢}} x^٢ = \frac{y^٢}{y^٢-٥}$$

$$y^٢ = x^٢y^٢ - ٥x^٢ \rightarrow ٥x^٢ = y^٢(x^٢-1)$$

$$y^٢ = \frac{٥x^٢}{x^٢-1} \rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{٥x^٢}{x^٢-1}}$$

چون $x$ و $y$ هم علامت اند $\rightarrow y = +\sqrt{\frac{٥x^٢}{x^٢-1}}$

$$g(x) \begin{cases} x^٢ - ٤x + k & \min = (٢, k-٤) \rightarrow y \geq k-٤ \\ -x^٢ + ٦x + ٣k & \max = (٣, ٩+٣k) \rightarrow y < ٨ + ٣k \end{cases}$$ ٥)

$$k - ٤ \geq ٣k + ٨ \rightarrow ٢k \leq -١٢ \Rightarrow k \leq -٦$$

$$f(x) = \begin{cases} x \geq ٠ \rightarrow y = ٤x & f^{-1}(x) = \frac{x}{٤} \\ x < ٠ \rightarrow y = ٢x & f^{-1}(x) = \frac{x}{٢} \end{cases}$$ ٦)

$$a = \frac{\frac{x}{٤} + \frac{x}{٢}}{٢} = \frac{٣x}{٨} \qquad b = \frac{-١}{٨} \qquad g(x) = \frac{٣x}{٨} - \frac{|x|}{٨}$$

$$a\beta = \left(\frac{٣}{٨}\right)\left(-\frac{١}{٨}\right) = -\frac{٣}{٦٤}$$

(۷ $f(x) = \frac{۳x+۴}{x+m} \xrightarrow{(۲,-۱۰)} \frac{۱۰}{۲+m} = -۱۰$

$۲+m = -۱ \longrightarrow m = -۳$ $\quad f(x) = \frac{۳x+۴}{x-۳}$

$f(x) \rightarrow a+d = ۰$ $\quad f(x) = f^{-1}(x)$

$y = fof^{-1}(x) + f^{-1}(x) = x + f(x)$

برخورد با نیمساز $\rightarrow x + f(x) = x \quad f(x) = ۰$

$\frac{۳x+۴}{x-۳} = ۰ \rightarrow x = \frac{-۴}{۳}$

(۸ $f^{-1}(-۲) = \alpha \rightarrow f(\alpha) = -۲$

$۳-۲x = \alpha \rightarrow x = \frac{۳-\alpha}{۲}$ $\quad f(\alpha) = ۲ - g(\frac{۳-\alpha}{۴}) = -۲$

$g(\frac{۳-\alpha}{۴}) = ۴$

$g^{-1}(۴) = \beta \rightarrow g(\beta) = ۴$

} $g(x)$ تابع یک به یک است $\rightarrow \frac{۳-\alpha}{۴} = \beta$

$y = ۴\beta + \alpha = ۴(\frac{۳-\alpha}{۴}) + \alpha = ۳ - \alpha + \alpha = ۳$

(۹ قرینه نسبت به مبدأ مختصات $\rightarrow y = -\frac{-۵x-۱۳}{۱+x} = \frac{۵x+۱۳}{x+۱}$

انتقال ۲ واحد راست $\rightarrow y = \frac{۵(x-۲)+۱۳}{(x-۲)+۱} = \frac{۵x+۳}{x-۱}$

انتقال ۳ واحد به پایین $\rightarrow y = \frac{۵x+۳}{x-۱} - ۳ = \frac{۲x+۶}{x-۱} \rightarrow f(x)$

$f^{-1}(x) = -\frac{-x-۶}{x-۲} = \frac{x+۶}{x-۲}$

$f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow \frac{۲x+۶}{x-۱} = \frac{x+۶}{x-۲}$

$x^۲ - ۳x - ۶ = ۰$ $\quad$ مجموع طول نقاط $= S = \frac{-b}{a} = ۳$

$f(x) = x + ۴[x]$ $\quad g(x) = f^{-1}(x)$ $\quad$ (۱۰

$x = [-۲, -۱)$ $\quad f = x - ۸$ $\quad f^{-1} = x + ۸$ $\quad f - g = (-۱۶)$

$x = [-۱, ۰)$ $\quad f = x - ۴$ $\quad f^{-1} = x + ۴$ $\quad f - g = (-۸)$

$x = [۰, ۱)$ $\quad f = x$ $\quad f^{-1} = x$ $\quad f - g = ۰$

$x = [۱, ۲)$ $\quad f = x + ۴$ $\quad f^{-1} = x - ۴$ $\quad f - g = ۸$

$x = [۲, ۳)$ $\quad f = x + ۸$ $\quad f^{-1} = x - ۸$ $\quad f - g = ۱۶$

$(f - g)(x) = \{ ۸x \mid x = [n, n+۱) \}$