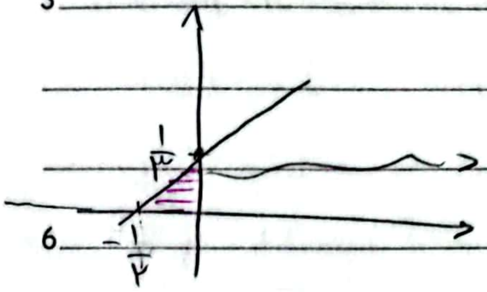
Subject: تکلیف شماره ۱۰ محسن جبیدی

Year : Month : Day : ( ) page : ( )

① ابتدا وارون تابع را حساب می‌کنیم:

$2y = 3x - 1$

$\xrightarrow{\text{جای x و y عوض کردن}} 2x = 3y - 1 \to 2x + 1 = 3y \to \boxed{y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}}$



$\to S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$

---

②

الف) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [1, +\infty)$

$\to x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{+2}{2} = 1$ بازه مشخص شده از راس به بعد است پس در نتیجه تابع یک به یک است!

$y = x^2 - 2x + 1 + 2$

$\to y = (x-1)^2 + 2 \xrightarrow{\text{جای x و y عوض}} x = (y-1)^2 + 2 \to x - 2 = (y-1)^2$

$\to y - 1 = \sqrt{x-2} \to \boxed{y = \sqrt{x-2} + 1} \quad D_{f^{-1}} = x - 2 \geq 0 \to x \geq 2 = [2, +\infty)$

$\to \boxed{R_f}$

ب) $y = x^2 - 2x + 3, \quad x \in [3, +\infty)$ ☆ چیزی که می‌بینیم با برد $\boxed{F}$ برابر باشد!

$\to x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{+2}{2} = 1 \to$ این بار هم بازه مشخص شده از راس به بعد است!

باتوجه به قسمت اول $\to f^{-1} = \sqrt{x-2} + 1 \quad D_{f^{-1}} = R_f$

$R_f \Rightarrow x = 3 \to y = 6 \to R_f = [6, +\infty) \Rightarrow \boxed{D_{f^{-1}} = [6, +\infty)}$

Subject:

Year : Month : Day : ( ) page : ( )

$f(x) = ۲x - \sqrt{۱۶-۴x(۴-x)}$ ③

$۲x - \sqrt{۱۶-۱۶x+۴x^{۲}} = ۲x - \sqrt{۴(x^{۲}-۴x+۴)} = ۲x - ۲\sqrt{(x-۲)^{۲}}$

$\boxed{۲x-۲|x-۲|} \longrightarrow$ در این جا اگر قدر مطلق + باشد حاصل تابع ثابت ۴

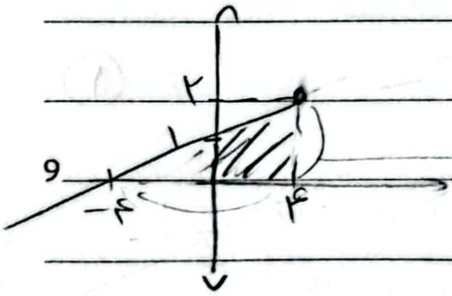
که شدیداً یک به یک نیست پس قدر مطلق منفی بوده یعنی $\boxed{x \le ۲}$

$\hookrightarrow ۲x-۲(-x+۲) = \boxed{۴x-۴}$

$y = ۴x-۴ \xrightarrow[\text{وارون کنیم}]{\text{x و y عوض}} x = ۴y-۴ \to x+۴ = ۴y \to \boxed{y = \frac{x}{۴}+۱}$

$\frac{x}{۴}+۱ \le ۲$ چون دامنه $\boxed{y \le ۲}$

$\frac{x}{۴} \le ۱ \to \boxed{x \le ۴}$ → دامنه تابع وارون است



$\xrightarrow[\text{ذوزنقه}]{} S = \frac{(۱+۲)\cancel{۴}}{\cancel{۲}} = \boxed{۶}$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^{۲}-۵}}$ ④

$\text{if} \begin{cases} (x_1, y) \in f \\ (x_2, y) \in f \end{cases} \longrightarrow x_1 = x_2$

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^{۲}-۵}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^{۲}-۵}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$ دارای و یکسان هم علامت باشند

$\frac{x_1^{۲}}{x_1^{۲}-۵} = \frac{x_2^{۲}}{x_2^{۲}-۵} \longrightarrow$

☆ در این تابع اگر x مثبت باشد

~~$x_1^{۲}x_2^{۲} - ۵x_1^{۲} = x_2^{۲}x_1^{۲} - ۵x_2^{۲}$~~ $\to |x_1| = |x_2| \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

y هم مثبت است و برعکس ✓

یعنی هم علامت‌اند

معکوس

$y^{۲} = \frac{x^{۲}}{x^{۲}-۵} \longrightarrow x^{۲} = \frac{-۵y^{۲}}{y^{۲}-۱} \xrightarrow{\text{x و y عوض}} y = \boxed{\pm}\sqrt{\frac{۵x^{۲}}{x^{۲}-۱}}$

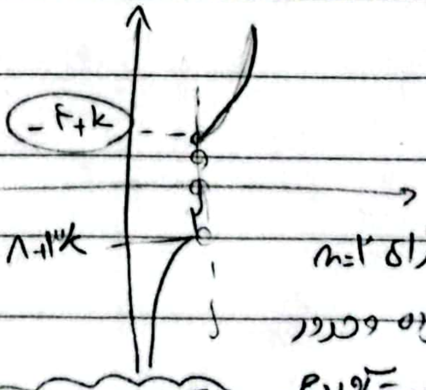
غ ق ق چون هم علامت باشند

$۴-۸-۴+k$

$g(x) = \begin{cases} x^{۲}-۴x+k & x \ge ۲ \\ -x^{۲}+۶x+۳k & x < ۲ \end{cases}$ ⑤

$-\frac{b}{۲a} = \frac{-۶}{-۲} = ۳$ ✓

$-۴+۱۲ \; \boxed{۸+۳k}$



$۸+۳k \le -۴+k \to ۲k \le -۱۲$

$\boxed{k \le -۶} \to \boxed{k \in (-\infty, -۶]}$

مقدارها را ازای x=۲

تا یک به یک بوده و حدود

k را بدست آوریم

$F(x)=۳x+|x| \qquad g(x)=ax+b|x| \qquad ab=?$ ⑥

$y=۳x+|x| \begin{cases} x\geq ۰ & y=۴x \xrightarrow{\text{معکوس}} y=\frac{x}{۴} \to R=[۰,+\infty) \\ x<۰ & y=۲x \xrightarrow{\text{معکوس}} y=\frac{x}{۲} \to R=(-\infty,۰) \end{cases}$

$g(x)=ax+b|x| \begin{cases} x\geq ۰: (a+b)x \to a+b=\frac{۱}{۴} \\ x<۰: (a-b)x \to a-b=\frac{۱}{۲} \end{cases} \to ۲a=\frac{۳}{۴} \to a=\frac{۳}{۸}$

$ab=\frac{۳}{۸}\times -\frac{۱}{۸}=\frac{-۳}{۶۴} \qquad b=-\frac{۱}{۸}$

$f(x)=\frac{۳x+۴}{x+m} \qquad A\,\Big|\,\begin{matrix}۲\\-۱۰\end{matrix}$ ⑦

$-۱۰=\frac{\overset{۱۰}{\cancel{۶+۴}}}{۲+m} \to ۲+m=-۱ \to m=-۳ \to f(x)=\frac{۳x+۴}{x-۳}$

$y=\overset{x}{\cancel{f\circ f^{-۱}(x)}}+f^{-۱}(x)$

$y=\frac{۳x+۴}{x-۳} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{۳x+۴}{x-۳}=y \to x=\frac{-(-۳y-۴)}{y-۳}$

$f^{-۱}(x)=\frac{۳x+۴}{x-۳}=f(x) \to y=\cancel{x}+\frac{۳x+۴}{x-۳}=\cancel{x} \to$ نیمساز ناحیه اول و سوم

$\frac{۳x+۴}{x-۳}=۰ \to ۳x+۴=۰ \quad x=\frac{-۴}{۳}$

$F(\cancel{۳-۲x})=۲ \quad g(\frac{x}{۲})= \qquad ۴g^{-۱}(۴)+F^{-۱}(-۲)=?$ ⑧

$g(\frac{x}{۲})=۴ \qquad g^{-۱}\,\Big|\,\begin{matrix}۴\\۵\end{matrix} \quad g\,\Big|\,\begin{matrix}۵\\۴\end{matrix} \quad F^{-۱}\,\Big|\,\begin{matrix}-۲\\۵\end{matrix} \quad F\,\Big|\,\begin{matrix}۵\\-۲\end{matrix}$

$F(۳-۲x)=\cancel{۲}-۲ \qquad f(۳-۲x)=-۲$

$۴(\frac{x}{۴})+۳-۲x=۲x+۳-۲x=۳$

Subject:

Year : Month : Day : ( ) page : ( )

$y=\frac{۵x-۱۳}{۱-x} \xrightarrow[y=-y\quad x=-x]{\text{قرینه نسبت به مبدا}} -y=\frac{-۵x-۱۳}{۱+x}$ ⑨

$y=\frac{۵x+۱۳}{۱+x} \xrightarrow[\text{۲ واحد به پایین}]{\text{۲ واحد به راست}} \frac{۵(x-۲)+۱۳}{۱+(x-۲)} - ۳/x \longrightarrow \frac{۲x+۴}{x-۱}=f(x)$

$\longrightarrow x=-\frac{-y-۴}{y-۲}=\frac{y+۴}{y-۲} \longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+۴}{x-۲}$

$f^{-1}(x)=f(x) \longrightarrow \frac{x+۴}{x-۲}=\frac{۲x+۴}{x-۱} \rightarrow x^۲+۵x-۶=۲x^۲+۲x-۱۲$

$\rightarrow x^۲-۳x-۴=۰$

$\hookrightarrow S=\frac{-b}{a}=\frac{+۳}{۱}=③$

* * *

$f(x)=x+۴[x]$ قرینه‌اش نسبت به $y=x$ یعنی همان وارون تابع مورد نظر ⑩

$f^{-1}(x)=g(x) \longrightarrow y=x+۴[x] \longrightarrow x=y+۴[y]$

$\longrightarrow y=x-۴[y] \xrightarrow{☆} \boxed{y=x-۲۰[x]}$

$y=x+۴[x] \xrightarrow{\text{براکت بگیرید}} [y]=[x+۴[x]]=\boxed{۵[x]}☆$

$g(x)=x-۲۰[x]$ $\quad f-g(x)=x+۴[x]-x+۲۰[x]=\boxed{۲۴[x]}$