Subject: تکلیف شماره ۱۰ ۱۹ آذر مهشید جدیدی

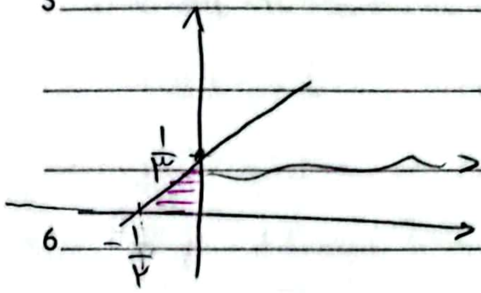
Year : Month : Day : ( ) page : ( )

① ابتدا وارون تابع را حساب می‌کنیم:

$2y = 3x - 1$

$\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض}} 2x = 3y - 1 \to 2x + 1 = 3y \to y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

۲



$\to S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

②

الف) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [1, +\infty)$

$\to x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{+2}{2} = 1$ بازه مشخص شده از راس به بعد است پس در نتیجه تابع یک به یک است!

۲

$y = x^2 - 2x + 1 + 2$

$y = (x-1)^2 + 2 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض}} x = (y-1)^2 + 2 \to x - 2 = (y-1)^2$

$\to y - 1 = \sqrt{x-2} \to y = \sqrt{x-2} + 1 \quad D_{f^{-1}} = x - 2 \geq 0 \to x \geq 2 = [2, +\infty)$

R_f

★ چیزی که می‌بینیم باید با برد F برابر باشد!

ب) $y = x^2 - 2x + 3 \ , \ x \in [3, +\infty)$

$\to x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{+2}{2} = 1 \to$ این بار هم بازه مشخص شده از راس به بعد است!

با توجه به قسمت اول $\to f^{-1} = \sqrt{x-2} + 1 \quad D_{f^{-1}} = R_f$

$R_f \Rightarrow x = 3 \to y = 6 \to R_f = [6, +\infty) \to D_{f^{-1}} = [6, +\infty)$

۳

$f(x) = 2x - \sqrt{16 - 4x(4-x)}$

$2x - \sqrt{16 - 16x + 4x^2} = 2x - \sqrt{4(x^2 - 4x + 4)} = 2x - 2\sqrt{(x-2)^2}$

$2x - 2|x-2| \longrightarrow$ در این حالت قدرمطلق + باشد حاصل تابع ثابت ۴ می‌شود

و شرط دیگر باید سینه بررسی در صورت منفی بوده چون $x \le 2$

$\to 2x - 2(-x+2) = 4x - 4$

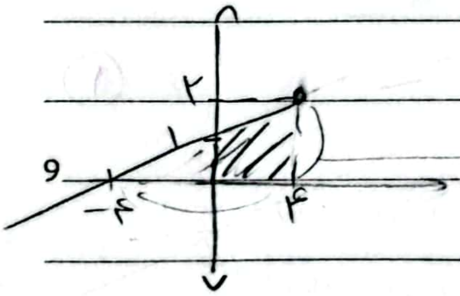
$y = 4x - 4 \xrightarrow[\text{وارون کن}]{\text{جابجایی}} x = 4y - 4 \to x + 4 = 4y \to y = \frac{x}{4} + 1$

چون $y \le 2$

$\frac{x}{4} + 1 \le 2$

$\frac{x}{4} \le 1 \to x \le 4$

دامنه تابع درست



$\xrightarrow{\text{ذوزنقه}} S = \frac{(1+2)4}{2} = 6$

۴

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}}$

if $\begin{cases} (x_1, y) \in f \\ (x_2, y) \in f \end{cases} \to \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$ دو را در یک طول هم یکسان باشد

$\to x_1 = x_2 \quad \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5} \longrightarrow$

$x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2 \to |x_1| = |x_2| \to x_1 = x_2$

* در این تابع اگر y مثبت باشد x هم مثبت است و برعکس یعنی هم علامتند

علامت

$y^2 = \frac{x^2}{x^2 - 5} \to x^2 = \frac{-5y^2}{y^2 - 1} \xrightarrow{\text{جابجایی}} y = \pm\sqrt{\frac{5x^2}{x^2 - 1}}$

+ ق چون هم علامت‌اند

۵

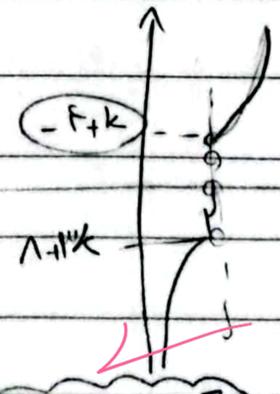
$4 - 8 - 4 + k$

$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \ge 2 \\ -x^2 + 6x + 3k & x < 2 \end{cases}$

$-\frac{b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3$ ✓

$-4 + 12 + 3k \to 8 + 3k$

$-4 + k$



مقدارها را از $x = 2$ تا ... حساب کن و حدود k را بدست آوریم

$8 + 3k \le -4 + k \to 2k \le -12$

$k \le -6$

$k \in (-\infty, -6]$

(۶)

$F(x)=3x+|x| \qquad g(x)=ax+b|x| \qquad ab=?$ ۲

$y=3x+|x| \begin{cases} x\geq 0 \quad y=4x \xrightarrow{\text{معکوس}} y=\frac{x}{4} \to R=[0,+\infty) \\ x<0 \quad y=2x \xrightarrow{\text{معکوس}} y=\frac{x}{2} \to R=(-\infty,0) \end{cases}$

$g(x)=ax+b|x| \begin{cases} x\geq 0: (a+b)x \to a+b=\frac{1}{4} \\ x<0: (a-b)x \to a-b=\frac{1}{2} \end{cases} \to 2a=\frac{3}{4} \to a=\frac{3}{8}$

$b=-\frac{1}{8}$

$ab=\frac{3}{8}\times -\frac{1}{8} = -\frac{3}{64}$

(۷)

$f(x)=\frac{3x+4}{x+m} \qquad A\,|\,{}^{2}_{-10}$

$-10=\frac{6+4}{2+m} \to 2+m=-1 \to m=-3 \to f(x)=\frac{3x+4}{x-3}$

$y=\cancel{fof^{-1}(x)}^{\,x}+f^{-1}(x)$ ۲

$y=\frac{3x+4}{x-3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3x+4}{x-3}=y \to x=\frac{-(-3y-4)}{y-3}$

$f^{-1}(x)=\frac{3x+4}{x-3}=f(x) \to y=x+\frac{3x+4}{x-3}=\cancel{x}$ → نیست ناخیاوی

$\frac{3x+4}{x-3}=0 \to 3x+4=0 \quad x=\frac{-4}{3}$

(۸)

$F(3-2x)=2 \quad g(\frac{x}{2})= \qquad 4g^{-1}(4)+F^{-1}(-2)=?$ ۳

$g(\frac{x}{2})=4 \qquad g^{-1}|{}^{4}_{0} \quad g|{}^{0}_{4} \quad F^{-1}|{}^{-2}_{0} \quad F|{}^{0}_{-2}$

$F(3-2x)=-2 \qquad f(3-2x)=-2$

$4(\frac{x}{4})+3-2x=2x+\cancel{3-2x}=3$

Subject:

Year : Month : Day : ( ) page : ( )

$$y=\frac{5x-13}{1-x} \xrightarrow[y=-y \quad x=-x]{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} -y=\frac{-5x-13}{1+x}$$ ⑨

3 $$y=\frac{5x+13}{1+x} \xrightarrow[\text{دو واحد به پایین}]{\text{دو واحد به راست}} \frac{5(x-2)+13}{1+(x-2)} \xrightarrow{-2/x} \frac{3x+4}{x-1}=f(x)$$

$$\rightarrow x=-\frac{-y-4}{y-3}=\frac{y+4}{y-3} \rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+4}{x-3}$$

6

$$f^{-1}(x)=f(x) \longrightarrow \frac{x+4}{x-3}=\frac{3x+4}{x-1} \rightarrow x^2+3x-4=3x^2-5x-12$$

$$\rightarrow 2x^2-8x-8=0$$

$$\rightarrow S=\frac{-b}{a}=\frac{+4}{1}=4$$

9

قرینه یا نادرست به $y=x$ یعنی همان ⑩

$f(x)=x+4[x]$

12 وارون تابع را بدست

$$f^{-1}(x)=g(x) \longrightarrow y=x+4[x] \longrightarrow x=y+4[y]$$ ①

$$\longrightarrow y=x-4[y] \xrightarrow{*} y=x-20[x]$$

15

$$y=x+4[x] \xrightarrow{\text{براکت بگیرید}} [y]=[x+4[x]]=5[x] *$$

18 $g(x)=x-20[x]$ $f-g(x)=x+4[x]-x+20[x]=24[x]$

$$[y]=4[x]+[x] \rightarrow [x]=\frac{[y]}{5}$$

$$f^{-1}(x)=x-0.8[x]$$

21 $$f-g=x+4[x]-x+0.8[x]=4.8[x]$$