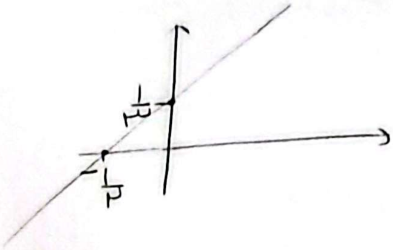
فینالویی ۱۲ ریاضی سه‌شنبه ۷تا۹

۱- $2y=3x-1 \to 3x=2y+1 \to x=\frac{2}{3}y+\frac{1}{3} \to f^{-1}(x)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$

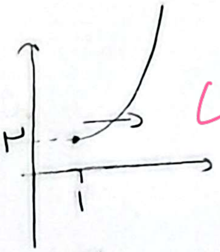


$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$ ✓

②

۱۹ آفرین ☺

۲- الف) $x^2-2x+3 \to$



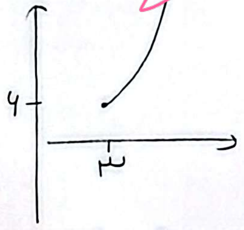
یک‌به‌یک ✓

②

$y=(x-1)^2+2 \to (x-1)^2=y-2 \to x-1=\pm\sqrt{y-2} \xrightarrow[x\geq 1]{} x=\sqrt{y-2}+1$ ✓

$\to f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}+1 \quad D_{f^{-1}}(x)=R_f=[2,+\infty)$ ✓

ب) x^2-2x+3



→ یک‌به‌یک

✓ $=(x-1)^2+2 \to (x-1)^2=y-2$ ✓

$\to x-1=\pm\sqrt{y-2} \xrightarrow[x\geq 3]{} x=+\sqrt{x-2}+1 \to D_{f^{-1}}=R_f=[6,+\infty)$

۳- $f(x)=2x-\sqrt{4(4-x)(4-x)}=2x-2|4-x|$ ①

$f(x)=2x-|2x-4| \to \begin{cases}4 & x\geq 2\\ 4x-4 & x<2\end{cases} \to f^{-1}(x)=\frac{x+4}{4},\ x\leq 4$ ✓

$\overset{4}{\rule{0pt}{0pt}}$ $2x-2(x-4)=2x-2x+8=8 \to$ یک‌به‌یک ✗

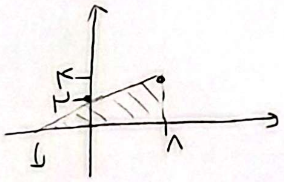
$2x-8+2x=4x-8$

$x\leq 4 \to 4x-8\leq 8$

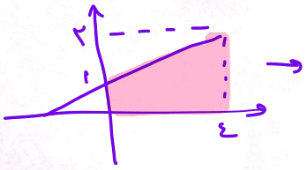
$y=4x-8 \to 4x=y+8 \to x=\frac{y}{4}+2$

$\to f^{-1}(x)=\frac{x}{4}+2$

$D_{f^{-1}}=R_f=(-\infty,8]$



$S=\frac{1}{2}\times 16\times 4=32$



$\to S=\frac{4\times 3}{2}=6$

$\frac{x}{4}+2=0 \to x=-8$

۴- $\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \to \frac{x_1^2}{x_1^2-5}=\frac{x_2^2}{x_2^2-5} \to \cancel{x_1^2x_2^2}-5x_1^2=\cancel{x_1^2x_2^2}-5x_2^2$ ✓ ③

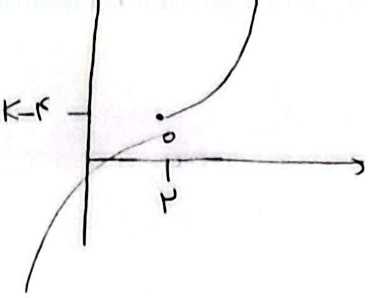
$\to x_1^2=x_2^2 \to x=\pm x_2$

چون مخرج همواره مثبت است x_1 و x_2 هم علامت اند پس فقط $x_1=x_2$ ← یک‌به‌یک ✓

$\frac{x}{\sqrt{x^2-5}}=y \to y^2=\frac{x^2}{x^2-5} \to y^2x^2-5y^2=x^2 \to x^2(1-y^2)=-5y^2$

$\to x^2=\frac{5y^2}{y^2-1} \to x=\sqrt{}$

−۵



$۴ - ۸ + k = k - ۴$

$-۴ + ۱۲ + ۳k = ۳k + ۸$

$۳k + ۸ \leqslant k - ۴ \to ۲k \leqslant -۱۲ \to k \leqslant -۶$

۲

−۶

$۲x \quad 0 \quad ۴x$

$f^{-1}(x) = \frac{۱}{۲}x \qquad f^{-1}(x) = \frac{۱}{۴}x$

$\to ab = \frac{-۳}{۶۴}$

$x(a-b) \quad 0 \quad x(a+b)$

$a+b = \frac{۱}{۴}$
$a-b = \frac{۱}{۲} \to ۲a = \frac{۳}{۴} \quad a = \frac{۳}{۸}, \ b = \frac{-۱}{۸}$

۲

−۷

$-۱۰ = \frac{۶+۴}{۲+m} \to m = -۳$

$f(x) = \frac{۳x+۴}{x-۳} \to a+d=0 \to f^{-1}(x) = f(x)$

$f^{-1}(x) = \frac{۳x+۴}{x-۳}$

$f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{۳x+۴}{x-۳}\right) = \frac{\frac{۹x+۱۲}{x-۳}+۴}{\frac{۳x+۴}{x-۳}-۳}$

۲

$= \frac{\frac{۹x+\cancel{۱۲}+۴x-\cancel{۱۲}}{\cancel{x-۳}}}{\frac{۳x+۴-۳x+۹}{\cancel{x-۳}}} = \frac{۱۳x}{۱۳} = x$

$\to \cancel{x} + \frac{۳x+۴}{x-۳} = \cancel{x} \to x = \frac{-۴}{۳}$

$\frac{x}{۲} = m \quad (x = ۲m)$

−۸

$g(m) = ۴ \qquad f(n) = -۲$

$f(۳-۲x) = -۲ \to ۲ - g(\frac{x}{۲}) = -۲ \to g(\frac{x}{۲}) = ۴ \to g^{-1}(۴) = \frac{x}{۲}$

$\frac{x}{۲} = m \to x = ۲m$

$۳ - ۲x = n \to x = \frac{۳-n}{۲} \to ۲x = ۳ - n \to n = ۳ - ۲x$

$۴ \times m + n = ۲x + ۳ - ۲x = ۳$

۲

−۹

$y = \frac{۵x-۱۳}{۱-x} \xrightarrow[x \to -x]{y \to -y} y = \frac{-۵x-۱۳}{۱+x} \to -y = \frac{۵x+۱۳}{x+۱} \xrightarrow{\text{۲ واحد راست}}$

$y = \frac{۵(x-۲)+۱۳}{x-۱} = \frac{۵x+۳}{x-۱} \xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}} \frac{۵x+۳}{x-۱} - ۳ = \frac{۵x+۳-۳x+۳}{x-۱}$

$= \frac{۲x+۶}{x-۱} = f(x) \to yx - y = ۲x + ۶ \to x(۲-y) = -y-۶ \quad x = \frac{-y-۶}{۲-y}$

۲

$\to f^{-1}(x) = \frac{x+۶}{x-۲} \qquad \frac{x+۶}{x-۲} = \frac{۲x+۶}{x-۱} \to ۲x^۲ - ۴x + ۶x - ۱۲ = x^۲ + ۵x - ۶$

$\to x^۲ - ۳x - ۶ = 0 \to \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = ۳$

$y = x + k[x] \rightarrow [y] = [x + \underbrace{k[x]}_{\in \mathbb{Z}}] \rightarrow [y] = [x] + k[x]$ ۱۰

$[y] = \varpi[x] \rightarrow [x] = \frac{1}{\varpi}[y] \rightarrow \frac{y-x}{k} = \frac{1}{\varpi}[y] \rightarrow y - x = \frac{k}{\varpi}[y]$

$x = y - \frac{k}{\varpi}[y] \rightarrow y = x - \frac{k}{\varpi}[x]$ $\quad f(x) - g(x) = x + k[x] - x + \frac{k}{\varpi}[x$

$\rightarrow f(x) - g(x) = \frac{۲k}{\varpi}[x]$