نام و نام خانوادگی: دلارام میرزاباقریان .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰ .... کلاس دوازدهم دختر B

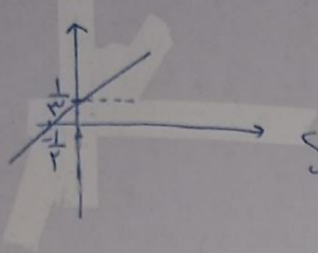
۱۹/۵ آفرین

۱

$2y = 3x - 1 \longrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{وارون}} y + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x \longrightarrow \frac{2}{3}\left(y+\frac{1}{2}\right) = x$

$\frac{2}{3}y + \frac{2}{6} = x$

$\boxed{y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}}$



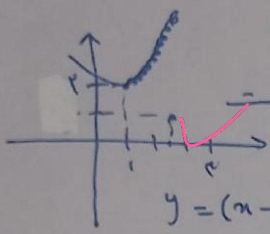
$S = \frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{1}{6}}{2} = \cancel{\frac{1}{8}}$ $\quad \frac{1}{12}$

دقت کن

۱/۷۵

۲

الف) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [1,+\infty)$



یک به یک است

$y = (x-1)^2 + 2$

$\underbrace{x^2 - 2x + 1}_{(x-1)^2} + 2 = y \to y - 2 = (x-1)^2$

$|x-1| = \sqrt{y-2} \quad x - 1 \geq 0 \quad D = [1,+\infty)$

$x - 1 = \sqrt{y-2}$

$x = \sqrt{y-2} + 1 \quad D_{f^{-1}} = [2,+\infty)$

$f^{-1}: y = \sqrt{x-2} + 1$

ب) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [3,+\infty)$

با توجه به شکل قبلی یک به یک است.

$D_{f^{-1}} = R_f = [6,+\infty)$

۱/۷۵

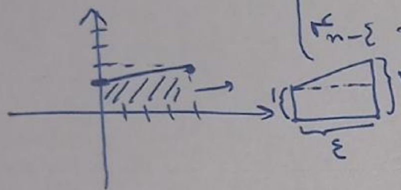
۳

$f(x) = 2x - \sqrt{16 - 4x(4-x)} \longrightarrow \sqrt{16 - 16x + 4x^2} = \sqrt{4(x-2)^2} \longrightarrow 2|x-2|$

$f(x) = 2x - 2|x-2| \begin{cases} 4 & x \geq 2 \to \text{یک به یک} ✗ \\ 4x - 4 & x < 2 \to \text{یک به یک} ✓ \end{cases}$

$\xrightarrow{\text{وارون}} y = 4x - 4 \to y + 4 = 4x$

$x = \frac{y+4}{4}$



$(4\times 1) + \left(\frac{4\times 1}{2}\right) = 6$

$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{4} \to \frac{x}{4} + 1$

$x < 4$

۳

۴

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \longrightarrow$ هم علامت x و y

$D \to x^2 - 5 > 0 \to x \in \underbrace{(-\infty,-\sqrt{5})}_{\text{مقادیر منفی}} \cup \underbrace{(\sqrt{5},+\infty)}_{\text{مقادیر مثبت}}$

پس یک به یک است

$\xrightarrow{\text{وارون}} y^2 = \frac{x^2}{x^2-5} \to y^2(x^2-5) = x^2$

$\to x = \pm\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}}$

$x = \pm|y|\sqrt{\frac{5}{y^2-1}}$

x و y باید هم علامت باشند پس

$\boxed{y^{-1} = x\sqrt{\frac{5}{x^2-1}}}$

برد تابع $\longrightarrow$

$\lim_{x\to\sqrt{5}^+} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = 1^+$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1^- \qquad \lim_{x\to-\sqrt{5}^-} f(x) = -\infty$

دامنه‌ی وارون $\longrightarrow R = (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$

۲

۵

$g(x) \begin{cases} x^2 - 4x + K & x \geq 2 \\ -x^2 + 6x + 3K & x < 2 \end{cases}$

اگر بخواهیم تابع یک به یک باشد باید حد چپ و راست در $x=2$ یک مقدار بدهند (برای جلوگیری از ۲ مقدار تکراری)

$(2)^2 - 4(2) + K = -(2)^2 + 6(2) + 3K$

$4 - 8 + K = -4 + 12 + 3K$

$2K = -12 \to K = -6$

۲

$f(x) \begin{cases} ۴x & x \geq ۰ \\ ۲x & x < ۰ \end{cases} \longrightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{۱}{۴}x & x \geq ۰ \\ \frac{۱}{۲}x & x < ۰ \end{cases}$ ۶

$a \times b \to \frac{۳}{۸} \times \left(-\frac{۱}{۸}\right) = \boxed{-\frac{۳}{۶۴}}$ ۲

$g(x) = ax + b|x|$

میانگین درجه $\to a \to \frac{\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲}}{۲} = \boxed{\frac{۳}{۸}} \xrightarrow{\text{نقطه } (۱, \frac{۱}{۴})} \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۸} + b|۱| \Rightarrow b = \frac{۱}{۴} - \frac{۳}{۸} = \boxed{-\frac{۱}{۸}}$

$f(x) = \frac{۳x + ۴}{x + \underset{-۳}{m}} \to (۲, ۱۰) \to ۱۰ = \frac{۳(+۲) + ۴}{۲ + m} \longrightarrow ۲۰ + ۱۰m = -۱۰ \to ۱۰m = -۳۰$ $\quad m = -۳$

$y = f \circ f^{-1}(x) + f^{-1}(x) \longrightarrow y = x + f^{-1}(x)$ ۷

$\underset{\text{خودش}}{f^{-1}(x) = \frac{۳x + ۴}{x - ۳}} \xrightarrow[\text{x=y}]{\text{نیمساز ناحیه اول و سوم}} x = x + \underbrace{f^{-1}(x)}_{\text{صفر}} \to \boxed{\frac{۳x + ۴}{x - ۳} = ۰ \to x = -\frac{۴}{۳}}$ ۲

$f(۳ - ۲x) = ۲ - g\left(\frac{x}{۲}\right) \qquad ۴g^{-1}(۴) + f^{-1}(-۲) = ?$

$\left.\begin{matrix} f(a) = -۲ \\ *f^{-1}(-۲) = a \end{matrix}\right\} \to \underset{x = \frac{۳-a}{۲}}{a = (۳ - ۲x)} \to -۲ = ۲ - g\left(\frac{x}{۲}\right) \to g\left(\frac{x}{۲}\right) = ۴ \longrightarrow g\left(\frac{۳-a}{۴}\right) = ۴$ ۸

$\hookrightarrow \frac{۳-a}{۴} = g^{-1}(۴) *$

$\left.\begin{matrix} f^{-1}(-۲) = a \\ g^{-1}(۴) = \frac{۳-a}{۴} \end{matrix}\right\} ۴\left(\frac{۳-a}{۴}\right) + a = \boxed{۳}$ ۲

$y = \frac{۵x - ۱۳}{۱ - x} \xrightarrow[\text{به مبدا}]{\text{قرینه نسبت}} -y = \frac{-۵x - ۱۳}{۱ + x} \xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} -y = \frac{-۵(x-۲) - ۱۳}{۱ + x - ۲} \to y = \frac{۵x + ۳}{x - ۱}$

$\xrightarrow[\text{پایین}]{\text{۳ واحد}} y = \frac{۵x + ۳}{x - ۱} - ۳ \longrightarrow \frac{۵x + ۳ - ۳x + ۳}{x - ۱} = \frac{۲x + ۶}{x - ۱} = f(x) \longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{۱x + ۶}{x - ۲}$ ۹

$\frac{۲x + ۶}{x - ۱} = \frac{x + ۶}{x - ۲} \to x^۲ + ۵x - ۶ = ۲x^۲ + ۲x - ۱۲ \to x^۲ - ۳x - ۶ = ۰$ ۲

مجموع $= \frac{-b}{a} = ۳$

$f(x) = x + ۴[x] \xrightarrow[x=y]{\text{قرینه نسبت به}} g(x) \longrightarrow g(x) = f^{-1}(x)$

$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = f(x) - f^{-1}(x)$

$x = y + ۴[y] \longrightarrow [x] = [y + ۴[y]] \to [x] = ۵[y] \qquad [y] = \frac{[x]}{۵}$ ۱۰

$\to x + ۴[x] - x + \frac{۴[x]}{۵} = \frac{۲۴[x]}{۵}$ ۲