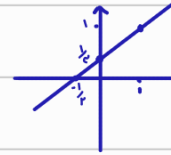


۱۹,۷۵ (۵) (۵)

سوال ۱)



$$S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

(۲)

سوال ۲)

ارزنجایی ده دایمی کمی به یک طرف کمی یعنی از رأس کمی به بعد حدود دایمی تابع یک دایمی است $\rightarrow \frac{y}{x} = 1 \rightarrow$ طول رأس کمی $y = x^2 - 2x + 3, x \in [1, +\infty)$

دایمی $\rightarrow x = y^2 - 2y + 1 + 2 \rightarrow x = (y-1)^2 + 2 \rightarrow (y-1)^2 = x-2 \rightarrow y-1 = \pm\sqrt{x-2} \rightarrow y = \sqrt{x-2} + 1, x \geq 2$

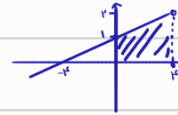
این تابع نیز یک دایمی است زیرا فقط به طرف تابع دو مثال $\rightarrow$ در رأس کمی دایمی بازه دایمی $y = x^2 - 2x + 3, x \in [2, +\infty)$

دایمی $\rightarrow x = y^2 - 2y + 1 + 2 \rightarrow x = (y-1)^2 + 2 \rightarrow (y-1)^2 = x-2 \rightarrow y-1 = \pm\sqrt{x-2} \rightarrow y = \sqrt{x-2} + 1, x \geq 2$

سوال ۳)

دایمی نیز دایمی $x \geq 2 \rightarrow f(x) = \begin{cases} x & x \geq 2 \\ x-2 & x < 2 \end{cases}$

دایمی بازه دایمی نیز $y = 4x-2 \rightarrow x = \frac{y+2}{4} \rightarrow y = \frac{x+2}{4}, x \in \mathbb{R}$



$$S = \frac{(1+2) \times 2}{2} = 3$$

(۲)

سوال ۴)

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \rightarrow D_y \Rightarrow x^2-5 > 0 \rightarrow x^2 > 5 \rightarrow D_y = (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty)$

بررسی دایمی بودن $\rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \times \frac{\sqrt{x_1^2-5} \cdot \sqrt{x_2^2-5}}{\sqrt{x_1^2-5} \cdot \sqrt{x_2^2-5}} \rightarrow x_1 \sqrt{x_2^2-5} = x_2 \sqrt{x_1^2-5} \rightarrow x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_2^2 x_1^2 - 5x_2^2 \rightarrow 5x_1^2 = 5x_2^2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2$

بنابراین باید حالت $x_1 = -x_2$ را بررسی کنیم پس دایمی است

$f(x_1) = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} \quad f(-x_1) = \frac{-x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} = -f(x_1)$

$f(x_1) + f(-x_1) = 0$

تغییر دایمی $f(x_1) = f(-x_1)$ که $f(x_1) = 0$ شود که این حالت در صورتی رخ می دهد که صورت کسر صفر باشد $(x_1 = 0)$ ولی ۰ در دایمی تابع ما وجود ندارد بنابراین این تابع یک دایمی است.

حلوس تابع $\rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2-5}} \rightarrow x \sqrt{y^2-5} = y \rightarrow x^2 y^2 - 5x^2 = y^2 \rightarrow x^2 y^2 - y^2 = 5x^2 \rightarrow y^2(x^2-1) = 5x^2 \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$

ارزنجایی که در تابع اولی و دوم هم علامت $y = \frac{\sqrt{5x^2}}{\sqrt{x^2-1}} \rightarrow (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

سوال ۵) هر دایمی تابع $g(x)$ به تقای دایمی است زیرا حدود دایمی است $g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 2 \quad R = [k-4, +\infty) \\ -x^2 + 4x + 3k & x < 2 \quad R = (-\infty, 3k+1) \end{cases}$

حالا ما باید بر هر دایمی را حساب کنیم برای اینکه $g(x)$ در کل یک دایمی باشد باید بر دایمی

که دایمی $\rightarrow$ اگر در هم با هم است $(-\infty, 3k+1) \cap [k-4, +\infty) \Rightarrow 3k+1 \leq k-4 \rightarrow 2k \leq -5 \rightarrow k \leq -2.5$

دایمی باشد

(سوال ۶)

$$f(n) = 3n + |n| \quad f^{-1}(n) = an + b|n| \quad f(n) = \begin{cases} 4n & n \geq 0 \\ 2n & n < 0 \end{cases} \rightarrow \text{تابع یک به یک است}$$

$$f^{-1} = \begin{cases} \frac{n}{4} & n \geq 0 \\ \frac{n}{2} & n < 0 \end{cases} \rightarrow f^{-1} = \frac{3n - |n|}{\wedge} \Rightarrow f^{-1} = \left(\frac{3}{\wedge}\right)n - \left(\frac{1}{\wedge}\right)|n| \Rightarrow ab = \frac{3}{\wedge} \times \left(-\frac{1}{\wedge}\right) = -\frac{3}{4\wedge} \quad (2)$$

۱,۷۵

(سوال ۷)

$$f(n) = \frac{3n+2}{n+m} \xrightarrow{(1, -1)} \frac{3(1)+2}{1+m} = -1 \rightarrow 10 = -2 - 10m \Rightarrow 10m = -3 \rightarrow m = -3$$

این تابع معکوس با خودش یک به یک یعنی $f^{-1}(n) = f(n)$

$$f \circ f^{-1}(n) + f^{-1}(n) = n \Rightarrow n + f(n) = n \rightarrow f(n) = 0 \Rightarrow \frac{3n+2}{n-2} = 0 \rightarrow 3n+2 = 0 \rightarrow n = -\frac{2}{3}$$

دقت کن !!

(۲)

(سوال ۸)

$$f(3-2n) = 2 - g\left(\frac{n}{2}\right) \quad f g^{-1}(2) + f^{-1}(-2) = 2 \quad f g^{-1}(2) = 2 - 3 \cdot 2 = -4$$

$$g^{-1}(2) = t \rightarrow g(t) = 2 \rightarrow \frac{n}{2} = t \rightarrow n = 2t \quad f(3-2(2t)) = 2 - g\left(\frac{2t}{2}\right) \rightarrow f(3-4t) = -2 \rightarrow f^{-1}(-2) = 3-4t$$

(سوال ۹)

$$y = \frac{5n-12}{1-n} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = \frac{5n+12}{1+n} \xrightarrow{\text{در واحد پایین}} y = \frac{5(n-2)+12}{1+n-2} = \frac{5n-10+12}{n-1} = \frac{5n+2}{n-1}$$

$$\frac{5n+2}{n-1} - 3 = \frac{5n+2-3n+3}{n-1} = \frac{2n+5}{n-1} = f(n) \quad f^{-1}(n) = \frac{n+4}{n-2} \quad f(n) = f^{-1}(n) \Rightarrow (2)$$

$$\frac{2n+4}{n-1} = \frac{n+4}{n-2} \Rightarrow 2n^2 + 2n - 12 = n^2 + 5n - 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \quad 3 = \text{جمع دانه ها}$$

$$f(n) = n + 2[n] \xrightarrow{\text{از دو طرف برابری بگیریم}} [y] = [n + 2[n]] = 2[n]$$

(سوال ۱۰)

$$y = n + 2 \frac{[y]}{5} \rightarrow n = y - 2 \frac{[y]}{5} \xrightarrow{\text{در دو طرف ضرب}} y = n - 2 \frac{[n]}{5}$$

$$(f \circ g)(n) = n + 2[n] - n + 2 \frac{[n]}{5} = f \circ g[n]$$