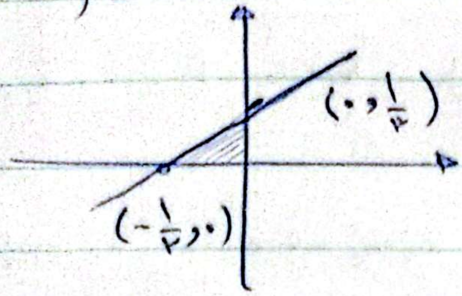
بسم الله الرحمن الرحیم

تکلیف شماره (۱)

نکو صدری

سوال ۱

$2y = 3x - 1 \rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{2y+1}{3} = \frac{2x+1}{3}$



$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

سوال ۲

الف) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [1, +\infty)$

$S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2} = 1$ راس سهمی — یک به یک

$y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow f^{-1}(x): y - 2 = (x-1)^2 \Rightarrow \sqrt{y-2} = x-1$

$\sqrt{y-2} + 1 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 \quad D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$

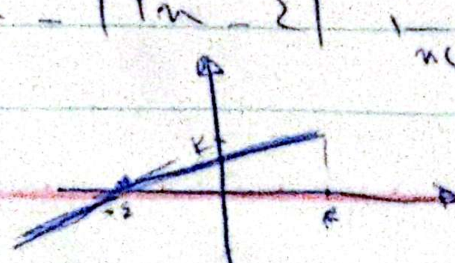
ب) $x^2 - 2x + 3 \Rightarrow (x-1)^2 + 2 \rightarrow y - 2 = (x-1)^2 \Rightarrow \sqrt{y-2} = x - 1$

$\sqrt{y-2} + 1 = x \Rightarrow \sqrt{x-2} + 1 = y \quad D_f = [6, +\infty)$

سوال ۳

$2x - \sqrt{16 - 16x + 4x^2} \Rightarrow 2x - \sqrt{(2x-4)^2}$

$2x - |2x - 4| \Rightarrow \begin{cases} 4 & x \geq 2 \\ 4x - 4 & x < 2 \end{cases}$



$4x - 4 \Rightarrow y \Rightarrow \frac{y+4}{4} \Rightarrow \frac{y}{4} + 1$

$\frac{8 \times 2}{2} = \boxed{8}$

Persian Note Book

Subject:

Date:

سوال ۴

برای بررسی یک به یکی:

در رابطه جهت می زنیم ← هر تابع هستم برای x_1 و x_2 برابر باشند

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \rightarrow \frac{x_1^2}{(x_1^2-5)} = \frac{x_2^2}{(x_2^2-5)}$$

(1)

$$x_1^2(x_2^2-5) = x_2^2(x_1^2-5) \rightarrow x_1^2x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2x_2^2 - 5x_2^2$$

$$x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2 \xrightarrow{(1)} \frac{x_1}{\underbrace{\sqrt{x_1^2-5}}_{\text{مثبت}}} = \frac{x_2}{\underbrace{\sqrt{x_2^2-5}}_{\text{مثبت}}}$$

هم علامت

پس تابع یک به یک است.

$f^{-1}(x)$:

$$y^2 = \frac{x^2}{x^2-5} \rightarrow y^2x^2 - 5y^2 = x^2 \rightarrow x^2(y^2-1) = 5y^2$$

$$x^2 = \frac{5y^2}{y^2-1} \rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$y > \sqrt{5} \rightarrow +\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$y < -\sqrt{5} \rightarrow -\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

سوال ۵

$x^2 - 4x + k \quad x \geq 2 \rightarrow [k-4, +\infty)$

$-x^2 + 4x + 3k \quad x < 2 \rightarrow x = 2 \rightarrow (-\infty, 8+3k)$

$$8+3k \leq k-4 \rightarrow 2k \leq -12 \rightarrow k \leq -6$$

سوال ۶

$$f(x)\begin{cases} 4x & x\geq 0 \longrightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{x}{4} \quad x\geq 0 \\ 2x & x<0 \longrightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{x}{2} \quad x<0 \end{cases}$$

$$\frac{\frac{x}{4}+\frac{x}{2}}{2} \Rightarrow \frac{3x}{8} \longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{3x}{8}-\frac{1}{8}|x| \Rightarrow \begin{cases} x\geq 0: & \frac{3x}{8}=\frac{x}{4} \\ x<0: & \frac{4x}{8}=\frac{x}{2} \end{cases}$$

$$a=\frac{3}{8} \quad , \quad b=-\frac{1}{8} \Rightarrow ab=\boxed{-\frac{3}{64}}$$

سوال ۷

$$\frac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{(2,-10)} \frac{10}{2+m}=-10 \Rightarrow 10=-20-10m \Rightarrow m=-3$$

$$\frac{3x+4}{x-3} \Longrightarrow f=f^{-1}(x) \qquad \cancel{f\circ f^{-1}(x)}+f^{-1}(x)=\cancel{x}$$

x

$$x-3=0 \qquad \frac{3x+4}{x-3}=0 \qquad \boxed{x=-\frac{4}{3}}$$

سوال ۸

$$4g^{-1}(4)-f^{-1}(-2)=?$$

$$g^{-1}(4)=t \longrightarrow g(t)=4 \longrightarrow \frac{x}{2}=t \Rightarrow x=2t$$

$$f(3-2x)=f(3-2(2t))=2-g(\cancel{\tfrac{2t}{2}})=f(3-4t)=-2$$

2

$$f^{-1}(-2)=3-4t$$

$$4t+3-4t=\boxed{3}$$

سوال ۵

$$y=\frac{5x-13}{1-x}\xrightarrow[(0,0)]{\text{قرینه}}-\frac{+5(-x)-3}{1+x}=\frac{5x-13}{-x+1}$$

$$\xrightarrow[\text{۳ واحد پایین}]{\text{۲ واحد راست}}\frac{5(x-2)+13}{1+x-2}-3=\frac{2x+6}{x-1}=f(x)$$

$$\longrightarrow x=-\frac{-y-6}{y-2}=y=\frac{x+6}{x-2}\longrightarrow f^{-1}(x)$$

$$\longrightarrow f(x)=f^{-1}(x)\longrightarrow\frac{2x+6}{x-1}=\frac{x+6}{x-2}\Longrightarrow \boxed{3}$$