بسم الله الرحمن الرحیم

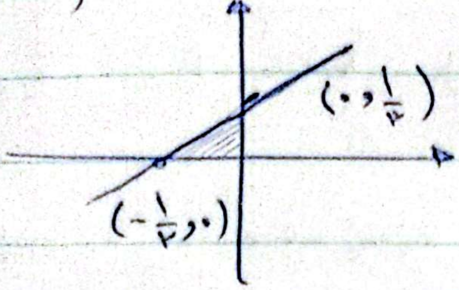
تکلیف شماره (۱)

$\frac{۱۷٫۵}{}$

نگین صدری

سوال ①

$۲y = ۳x - ۱ \longrightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{۲y+۱}{۳} \Rightarrow \frac{۲x+۱}{۳}$



$S_{\text{مثلث}} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۱۲}$ ✓

②

سوال ②

الف) $y = x^۲ - ۲x + ۳ \quad x \in [\,①, +\infty)$ ✓

$S = \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۲)}{۲} = ۱$ یک به یک راس سهمی

②

$y = (x-۱)^۲ + ۲ \longrightarrow f^{-1}(x) : y - ۲ = (x-۱)^۲ \Rightarrow \sqrt{y-۲} = x - ۱$ ✓

$\sqrt{y-۲} + ۱ = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-۲} + ۱ \quad D_{f^{-1}} = [۲, +\infty)$ ✓

ب) $x^۲ - ۲x + ۳ \rightarrow (x-۱)^۲ + ۲ \longrightarrow y - ۲ = (x-۱)^۲ \Rightarrow \sqrt{y-۲} = x - ۱$ ✓

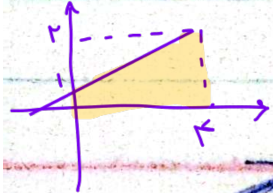
$\sqrt{y-۲} + ۱ = x \Rightarrow \sqrt{x-۲} + ۱ = y \quad D_{f^{-1}} = [۲, +\infty)$ ✓

سوال ③

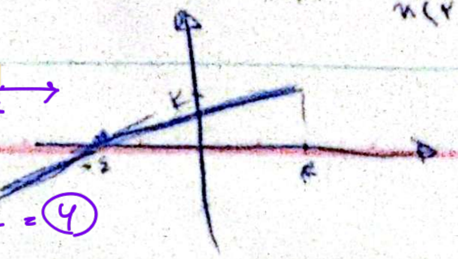
$۲x - \sqrt{۱۶ - ۱۶x + ۴x^۲} \longrightarrow ۲x - \sqrt{(۲x-۴)^۲}$

۱٫۷۵

$۲x - |۲x - ۴| \begin{cases} ۴ & x \geq ۲ \\ ۴x - ۴ & x < ۲ \end{cases}$ ✓



$S = \frac{۴(۱+۲)}{۲} = ⑥$



$۴x - ۴ = y \rightarrow \frac{y+۴}{۴} \Rightarrow \frac{y}{۴} + ۱$

$\frac{۸ \times ۲}{۲} = \boxed{۸}$

برای بررسی یک به یکی :

سوال ④

دو تابع جهت می‌زنیم ← همین تابع هستند برای x_1 و x_2 بررسی می‌کنیم؟

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \to \frac{x_1^2}{(x_1^2-5)} = \frac{x_2^2}{(x_2^2-5)}$$

① ②

$$x_1^2(x_2^2-5) = x_2^2(x_1^2-5) \to x_1^2x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2x_2^2 - 5x_2^2$$

$$x_1^2 = x_2^2 \to x_1 = \pm x_2 \xrightarrow{①} \overset{\text{هم‌علامت}}{\frac{x_1}{\underset{\text{مثبت}}{\sqrt{x_1^2-5}}} = \frac{x_2}{\underset{\text{مثبت}}{\sqrt{x_2^2-5}}}}$$

بله .. تابع یک به یک است.

$f^{-1}(x)$:

$$y^2 = \frac{x^2}{x^2-5} \to y^2x^2 - 5y^2 = x^2 \to x^2(y^2-1) = 5y^2$$

$$x^2 = \frac{5y^2}{y^2-1} \to y = \pm\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$\xrightarrow{y>\sqrt{5}} \Rightarrow +\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$\xrightarrow[y<\sqrt{5}]{} \to -\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

سوال ⑤

۱٫۷۵

$$x^2-4x+k \quad x\geq 2 \to [k-4, +\infty)$$

$$-x^2+6x+3k \quad x<2 \to x=2 \Rightarrow (-\infty, 8+3k]$$

$$8+3k \leq k-4 \to 2k \leq -12 \to k \geq -6$$

$$2k \leq -12 \to k \leq -6$$

سؤال ⑥

$f(x)\begin{cases} ۴x & x\geq ۰ \\ ۲x & x<۰ \end{cases} \longrightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{x}{۴} \quad x\geq ۰ ; \quad f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{x}{۲} \quad x<۰$

$\frac{\frac{x}{۴}+\frac{x}{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{۳x}{۸} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{۳x}{۸}-\frac{۱}{۸}|x| = \begin{cases} x\geq ۰ \to \frac{۲x}{۸}=\frac{x}{۴} \\ x<۰ \to \frac{۴x}{۸}=\frac{x}{۲} \end{cases}$

②

$a=\frac{۳}{۸} \quad , \quad b=-\frac{۱}{۸} \Rightarrow ab=\boxed{-\frac{۳}{۶۴}}$

سؤال ⑦

$\frac{۳x+۴}{x+m} \xrightarrow{(۲,-۱۰)} \frac{۱۰}{۲+m}=-۱۰ \Rightarrow ۱۰=-۲۰-۱۰m \Rightarrow m=-۳$

$\frac{۳x+۴}{x-۳} \Longrightarrow f=f^{-1}(x) \quad \cancel{f\circ f^{-1}}(x)+f^{-1}(x)=x$

x

②

$۲-۳=۰ \quad \frac{۳x+۴}{x-۳}=۰ \quad \boxed{x=-\frac{۴}{۳}}$

سؤال ⑧

$۴g^{-1}(۴)+f^{-1}(-۲)=?$

$g^{-1}(۴)=T \to g(t)=۴ \to \frac{x}{۲}=t \to x=۲t$

$f(۳-۲x)=f(۳-۲(۲t))=۲-g(\cancel{\frac{۴t}{۲}})=f(۳-۴t)=-۲$

②

$f^{-1}(-۲)=۳-۴t$

$۴T+۳-۴t=\boxed{۳}$

Subject:
Date:

سوال ⑨

$$y=\frac{۵x-۱۳}{۱-x}\xrightarrow[(۰،۰)]{\text{قرینه}}-\frac{+۵(-x)-۳}{۱+x}=\frac{۵x-۱۳}{-x+۱}$$

$$\xrightarrow[\text{۳ واحد پایین}]{\text{۲ واحد راست}}\frac{۵(x-۲)+۱۳}{۱+x-۲}-۳=\frac{۲x+۶}{x-۱}=f(x)$$

②

$$\longrightarrow x=-\frac{-y-۶}{y-۲}=y=\frac{x+۶}{x-۲}\longrightarrow f^{-1}(x)$$

$$\longrightarrow f(x)=f^{-1}(x)\Rightarrow\frac{۲x+۶}{x-۱}=\frac{x+۶}{x-۲}\Rightarrow=\boxed{۳}$$

سوال ۱۰

$$[y]=[x]+۴[x]\to[x]=\frac{[y]}{۵}$$

$$f^{-1}(x)=x-\frac{۴}{۵}[x]$$

$$f-g=x+۴[x]-x+۰٫۸[x]=۴٫۸[x]$$