

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y^3 = 2x^2 + 2x - 1$ سؤال ①

$$\begin{cases} y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1 \\ y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases}$$

$y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع هست

ب) $x \cos y = y \cos x \quad \cos \alpha \approx \frac{1}{2}$

$x = 1 \Rightarrow \cos y = y \cos 1 \Rightarrow \cos y = y \cos \alpha \Rightarrow y = \frac{\cos y}{\cos \alpha} \Rightarrow y = 2 \cos y$

$\Rightarrow$ تابع هست $\perp x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \cos y = y \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ تابع هست $\Rightarrow$ تابع هست $\Rightarrow$ تابع هست

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0 \Rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \xrightarrow{x=y} (x+y)^2 = (2\sqrt{xy})^2$

$x^2 + y^2 + 2xy = 4xy \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x=y$

یعنی برای هر x یک y داریم تابع هست

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \Rightarrow xy^2 + 2x = y^3 + 2y \Rightarrow x(y^2 + 2) = y(y^2 + 2)$

$\Rightarrow (y^2 + 2)(x - y) = 0 \Rightarrow (y^2 + 2) \neq 0 \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow x = y$

$x = y \Rightarrow$ تابع هست

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & ; |x-1| > 2 \\ a + 2x & ; -3 \leq x \leq -1 \end{cases} \quad a+b=?$

سؤال ②

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x-1 > 2 \perp x-1 \leq -2 \Rightarrow x > 3 \perp x \leq -1 \text{ (I)} \\ a + 2x & -3 \leq x \leq -1 \text{ (II)} \end{cases}$

$(I) \cap (II) \Rightarrow x \in [-1, 3]$ تابع هست

پس در نقطه‌های تابع باید در این بازه باشد

$2(-1)^2 - b = a + 2(-1) \Rightarrow a+b=4$

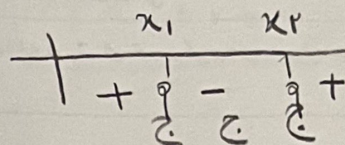
$2(-3)^2 - b = a + 2(-2) \Rightarrow a+b=24$

پس تابع دارد

$f(x) = \sqrt{a-bx-x^2}$ $[a, b]$ $a+b=?$ $a \neq 0$ $b \in \mathbb{Z}$ سوال (۳)

$a-bx-x^2 \geq 0 \Rightarrow -(x^2+bx-a) \geq 0 \Rightarrow x^2+bx-a \leq 0$

$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2+4ac}}{2}$



$[b, a] = [x_1, x_2]$

$[x_1, x_2]$

$\Rightarrow \left[\frac{-b - \sqrt{b^2+4ac}}{2}, \frac{-b + \sqrt{b^2+4ac}}{2} \right]$

$b+a = \frac{-b - \sqrt{b^2+4ac}}{2} + \frac{-b + \sqrt{b^2+4ac}}{2} = \frac{-2b}{2} \Rightarrow \boxed{b+a = -b}$
 $\boxed{a = -2b}$

$y = \frac{r}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ $D_f = (-\infty, r)$ $ra+c-r|b|=?$ سوال (۴)

شرط وجود عبارت ر: $ax^2+bx+c > 0$ $\Delta < 0$ $a > 0$, $b^2-4ac < 0$

$\downarrow a=0 \Rightarrow bx+c > 0$ $rb+c=0 \Rightarrow c=-rb$

در عبارت زیر اعداد را ضربه زده است

$\Rightarrow$ عبارت زیر را ضربه زده است

$ra+c-r|b| = 0 - rb - r|b| = \begin{cases} -rb - rb = -2rb \\ -rb + rb = 0 \end{cases}$

الف) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}}$ $\Rightarrow \frac{1}{|x|-[x]} \Rightarrow |x|-[x] \neq 0$ سوال (۵)

$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow x - [x] \neq 0 \\ x < 0 \Rightarrow -x - [x] \neq 0 \end{cases}$ $\Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ همه اعداد صحیح

$\boxed{D_f = \mathbb{R} - \mathbb{Z}}$

$$=) f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \Rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \stackrel{\text{مثال ۵}}{=}$$

مثال ۵) سمت ب

$$y = (9 - \sqrt{x})^2 \Rightarrow x \geq 0 \text{ (I)} \Rightarrow D_f = [0, +\infty)$$

$$y \geq 0 \Rightarrow (9 - \sqrt{x})^2 \geq 0 \text{ همواره برقرار}$$

مثال ۶) $f(x) = \sqrt{\log_x^{3x-1}}$ $\log_x^{3x-1} \geq 0 \Rightarrow 3x-1 \geq 1 \Rightarrow 3x \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}$ (I)

$$\begin{cases} 3x-1 > 0 \Rightarrow 3x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{3} \text{ (II)} \\ x > 0 \text{ (III)} \\ x \neq 1 \text{ (IV)} \end{cases}$$

$$D_f = \left[\frac{2}{3}, +\infty\right) - \{1\}$$

$$ب) f(x) = \frac{\log 1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|}$$

$$4 + \sqrt{|x|} - |x| \neq 0 \Rightarrow \sqrt{|x|} = |x| - 4$$

$$|x| \geq 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|} > 0 \\ 4 + \sqrt{|x|} - |x| \neq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |x| - 4 \geq 0 \Rightarrow |x| \geq 4 \Rightarrow$$

$$x \geq 4 \text{ یا } x \leq -4$$

$$D_f = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$$

$$y = \sqrt{\frac{rx+r}{x+b} + a} \quad (r, +\infty) \quad b = ?$$

مثال ۷) (V)

$$\frac{rx+r}{x+b} + a \geq 0 \Rightarrow \frac{rx+r+ax+ab}{x+b} \geq 0 \stackrel{\text{تقسیم بر } x+b}{\Rightarrow} \frac{r+a}{r+b} + a = \frac{a}{r+b} + a$$

$$\Rightarrow \text{تقسیم بر } b = -r \text{ اگر}$$

مثال ۸) (I)

$$y = \sqrt{f(x) - x + 1} \quad f(x) = \begin{cases} 3x-1 & : [x] > 1 \rightarrow x \geq 2 \\ f(x)+r & ; [x] \leq 1 \rightarrow x < 2 \end{cases}$$

$$f(x) - x + 1 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x-1-x+1 \Rightarrow x \geq 0, x \geq 2 \Rightarrow x \in [2, +\infty) \\ f(x)+r-x+1 = 3x+r-x+1 = 2x+r \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{r}{2}, x < 2 \Rightarrow x \in \left[-\frac{r}{2}, 2\right) \end{cases}$$

$$\text{I} \cap \text{II} \Rightarrow D_f = \left[-\frac{r}{2}, +\infty\right)$$

$$y = \frac{24x^3 + 34x^2 + 18x + 3}{(x^2 + x + 1)} = \frac{2(12x^3 + 17x^2 + 9x + 1.5)}{(x^2 + x + 1)}$$

سوال ۹

$$= \frac{2(x+1)^2}{(x^2+x+1)} = 2(x+1) = 4x+2$$

پاسخ : $C_{\text{مجموعه}} = \mathbb{R}$

$$\text{مخرج} = x^2 + x + 1 \neq 0 \Rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

$$c-b=? \quad (b, c] \quad y = \sqrt{1 - \log(rx-a)}$$

سوال ۱۰

$$1 - \log(rx-a) \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \log(rx-a) \Rightarrow \log(rx-a) \leq 1 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} rx-a \leq 1 \Rightarrow rx \leq 1+a \Rightarrow \boxed{x \leq \frac{1+a}{r}} \text{ (I)} \\ rx-a > 0 \Rightarrow rx > a \Rightarrow \boxed{x > \frac{a}{r}} \text{ (II)} \end{cases}$$

$$\text{(I) } \cap \text{ (II)} \quad \frac{a}{r} < x \leq \frac{1+a}{r} \Rightarrow p_f = \left(\underbrace{\frac{a}{r}}_b, \underbrace{\frac{1+a}{r}}_c \right]$$

$$\frac{1+a}{r} - \frac{a}{r} = \frac{1+a-a}{r} = \boxed{\frac{1}{r}}$$