Date: Sub: غزل رها

(۱) الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1$

$$\left.\begin{array}{l} y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1 \\ y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \end{array}\right\} \longrightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$$ تابع است

ب) $x\cos y = y\cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2}\cos y = \cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow$

$y = k\pi \pm \frac{\pi}{2} \longrightarrow$ تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{4} = xy \Rightarrow$

$x^2 + y^2 + 2xy = 4xy \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \xrightarrow{\text{جذر بگیر}}$

$x - y = 0 \Rightarrow x = y$ تابع هست

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \Rightarrow y^3 + 2y = x(y^2 + 2) \Rightarrow \frac{y^3 + 2y}{y^2 + 2} = x$

$\Rightarrow \frac{y(y^2+2)}{y^2+2} = x \Rightarrow x = y$ تابع هست

(۲) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$ $\quad a + b = ?$

$$\left.\begin{array}{l} x - 1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 3 \\ x - 1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -1 \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{مشترک هستند}]{\text{هر دو در ۱-}} a - 2 = 2 - b \Rightarrow \boxed{a + b = 4}$$

Date: Sub:

(۳) $f=\sqrt{a-bx-x^2}$ $\quad D_f=[b,a]$ $\quad a+b=?$

$\sqrt{-(x^2+bx-a)} \longrightarrow -(x-a)(x-b)$

	b		a	
$-$		$+$		$-$

$\frac{c}{a}=$ ضرب ریشه‌ها $\Rightarrow \frac{a}{-1} \Rightarrow -a=ab \Rightarrow b=-1$

جمع ریشه‌ها $=\frac{-b}{a} \xrightarrow{1} \frac{-b}{1}=a+b \Rightarrow -b=a+b \xrightarrow{b=-1} \boxed{1=a+b}$

---

(۴) $y=\frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ $\quad (-\infty,2)$

باید ax^2+bx+c خطی باشد

پس $a=0$ پس $bx+c$

	2	
$+$	0	$-$

$\longrightarrow b<0$

$2b+c=0$

$2b=-c$

$3a+c-3|b|=3\times 0+(-2b)+3b=b$

---

(۵) $f(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}} \Rightarrow |x|-[x]\neq 0$

$\mathbb{R}-(\mathbb{Z}^+\cup\{0\})$

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \Rightarrow \sqrt{y}=9-\sqrt{x}$ $\quad x\geq 0$ ①

$9-\sqrt{x}\geq 0 \Rightarrow 9\geq\sqrt{x}$

$81\geq x$ ②

$D_f=①,② \Rightarrow \boxed{0\leq x\leq 81}$

Date: Sub:

(۶)

$f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}} \Rightarrow 3x-1>0 \Rightarrow 3x>1 \Rightarrow x>\frac{1}{3}$

$x>0\ ,\ x\neq 1$

$\log_x^{3x-1}\geq 0 \Rightarrow 3x-1\geq 1 \Rightarrow 3x\geq 2 \Rightarrow x\geq \frac{2}{3}$

$D_f=[\frac{2}{3},+\infty)-\{1\}$

$f(x)=\log_{10}^{\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}} \Rightarrow \frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \Rightarrow$

$6+\sqrt{|x|}-|x|>0 \Rightarrow 6+t-t^2>0 \Rightarrow -(t^2-t-6)>0$

که همیشه مثبت

$-(t-3)(t+2)>0$

پس برقرار

$\sqrt{|x|}=-2$ غ ق ق

$\sqrt{|x|}=3 \Rightarrow x=\pm 9$

$D_f=(-9,+9)$

(۷)

$y=\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a} \Rightarrow x+b>0 \Rightarrow x>-b$

$(2,+\infty)$

$\frac{3x+2+ax+ab}{x+b}\geq 0 \Rightarrow \frac{(3+a)x+2+ab}{x+b}$

$3+a=0 \Rightarrow a=-3$

$\frac{2+(-2)(-3)}{x-2} \Rightarrow \frac{2+6}{x-2} \Rightarrow \frac{8}{x-2}$

چون در تعیین علامت و همینطور دانشی که سوال داده یک ریشه در صورت دارد و ریشه ی مخرج ۲ است

$\boxed{b=-2}$

$b=-2$

Date: Sub:

(8)

$$y=\sqrt{f(x)-x+1} \Rightarrow f(x)-x+1 \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq x-1$$

$$f(x)=\begin{cases} 2x-1 & [x] > 4 \\ 4x+3 & [x] \leq 4 \end{cases}$$

$$2x-1 \geq x-1 \qquad 4x+3 \geq x-1$$

$$3x \geq 0 \qquad 3x \geq -4$$

برقرار $\Leftarrow$ $x \geq 0 \quad \cup \quad x \geq \frac{-4}{3}$

$$D_f=\left[\frac{-4}{3},+\infty\right)$$

(9)

$$y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}=\frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{(2x+1)^4}$$

$$\frac{8\times 3\left(x+\frac{1}{2}\right)^3}{(2x+1)^4}=\frac{8\times 3\left(x+\frac{1}{2}\right)^3}{\cancel{16}^{\,2}\left(x+\frac{1}{2}\right)^4}=\frac{3}{2\left(x+\frac{1}{2}\right)}=\frac{3}{2x+1}$$

$$2x+1\neq 0 \Rightarrow x\neq -\frac{1}{2} \longrightarrow \mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}=D_f$$

(10)

$$y=\sqrt{1-\log(2x-a)} \qquad (b,c]$$

$$2x-a>0 \Rightarrow x > \underbrace{\frac{a}{2}}_{b}\ (1) \qquad 1-\log^{2x-a} \geq 0 \Rightarrow$$

$$1 \geq \log^{2x-a} \Rightarrow 10 \geq 2x-a$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{10+a}{2}}_{c} \geq x \ (2) \qquad (1)\cap(2) \Rightarrow \left(\frac{a}{2},\frac{10+a}{2}\right]$$

$$c-b=\frac{10+a}{2}-\frac{a}{2} \Rightarrow (5)$$