Date: Sub: غزل رها

۱۹,۷۵

① ②

الف) $y^۳ - ۲x^۲ = ۲x - ۱$

$\left.\begin{array}{l} y_۱^۳ = ۲x^۲ + ۲x - ۱ \\ y_۲^۳ = ۲x^۲ + ۲x - ۱ \end{array}\right\} \longrightarrow y_۱^۳ = y_۲^۳ \Rightarrow y_۱ = y_۲$ ✓ تابع است

ب) $x\cos y = y\cos x \xRightarrow{x=\frac{\pi}{۲}} \frac{\pi}{۲}\cos y = \cos\frac{\pi}{۲} \Rightarrow \cos y = ۰ \Rightarrow$

$y = k\pi \pm \frac{\pi}{۲} \longrightarrow$ تابع نیست ✓

ج) $\frac{x+y}{۲} = \sqrt{xy} \quad x,y > ۰ \xRightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{x^۲ + y^۲ + ۲xy}{۴} = xy \Rightarrow$

$x^۲ + y^۲ + ۲xy = ۴xy \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۲xy = ۰ \Rightarrow (x-y)^۲ = ۰ \xRightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}$ ✓

$x - y = ۰ \Rightarrow x = y$ تابع هست ✓

د) $xy^۲ + ۲x - y^۳ - ۲y = ۰ \Rightarrow y^۳ + ۲y = x(y^۲ + ۲) \Rightarrow \frac{y^۳ + ۲y}{y^۲ + ۲} = x$

$\Rightarrow \frac{y(y^۲ + ۲)}{y^۲ + ۲} = x \Rightarrow x = y$ تابع هست ✓

② ②

$f(x) = \begin{cases} ۲x^۲ - b & |x-۱| \geq ۲ \\ a + ۲x & -۳ \leq x \leq -۱ \end{cases} \qquad a + b = ?$

$\left.\begin{array}{l} x - ۱ \geq ۲ \Rightarrow x \geq ۳ \\ x - ۱ \leq -۲ \Rightarrow x \leq -۱ \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{مشترک هستند}]{\text{هردو در ۱-}} a - ۲ = ۲ - b \Rightarrow a + b = ۴$ ✓

$f=\sqrt{a-bx-x^۲}$ $D_f=[b,a]$ $a+b=?$ (۲) (۳)

$\sqrt{-(x^۲+bx-a)} \longrightarrow -(x-a)(x-b)$

$\begin{array}{ccccc} & b & & a & \\ - & | & + & | & - \end{array}$

$\frac{c}{a}=$ ضرب ریشه‌ها $\Rightarrow \frac{a}{-۱} \Rightarrow -a=ab \Rightarrow b=-۱$

جمع ریشه‌ها $=\frac{-b}{a} \xrightarrow{①} \frac{-b}{۱}=a+b \Rightarrow -b=a+b \xRightarrow{b=-۱} \boxed{۱=a+b}$ ✓

$y=\frac{۲}{\sqrt{ax^۲+bx+c}}$ $(-\infty,۲)$ (۲) (۴)

↘ باید $ax^۲+bx+c$ مثبت باشد

پس $a=۰$ پس ← $bx+c$

$\begin{array}{ccc} & ۲ & \\ + & ۰ & - \end{array} \longrightarrow b<۰$

$۲b+c=۰$

$۲b=-c$

$۳a+c-۳|b|=۳\times۰+(-۲b)+۳b=b$ ✓

$f(x)=\sqrt[۳]{\frac{۱}{|x|-[x]}} \Rightarrow |x|-[x]\neq۰$ (۲) (۵)

$D_f=\mathbb{R}-W$

← اعداد حسابی

✓ $\mathbb{R}-(\mathbb{Z}^+\cup\{۰\})$

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{y}=۹ \Rightarrow \sqrt{y}=۹-\sqrt{x}$ $x\geq۰$ ①

$۹-\sqrt{x}\geq۰ \Rightarrow ۹\geq\sqrt{x}$

$۸۱\geq x$ ②

$D_f=①,② \Rightarrow \boxed{۰\leq x\leq۸۱}$ ✓

۱۷۵

$f(x)=\sqrt{\log_x^{۳x-۱}} \Rightarrow ۳x-۱>0 \Rightarrow ۳x>۱ \Rightarrow x>\frac{۱}{۳}$ ④

$x>0 \, , \, x\neq ۱$ ۱,۷۸

$\log_x^{۳x-۱} \geq 0 \Rightarrow ۳x-۱\geq ۱ \Rightarrow ۳x\geq ۲ \Rightarrow x\geq \frac{۲}{۳}$

$D_f=[\frac{۲}{۳},+\infty)-\{۱\}$ $0<۳x-۱\leq x^0 \to x\leq \frac{۲}{۳}$

$D_f=(\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}]\cup(۱,+\infty)$

$f(x)=\log_{۱۰}^{\frac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|}} \Rightarrow \frac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \Rightarrow$

①

$۶+\sqrt{|x|}-|x|>0 \Rightarrow ۶+t-t^۲>0 \Rightarrow -(t^۲-t-۶)>0$

که همیشه مثبت

$-(t-۳)(t+۲)>0$

پس برقرار

$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & ۳ & \\ - & | & + & | & - \end{array}$

$\sqrt{|x|}=-۲$ غ ق ق

$\sqrt{|x|}=۳ \Rightarrow x=\pm ۹$ $\begin{array}{ccccc} & -۹ & & +۹ & \\ - & | & + & | & - \end{array}$ $D_f=(-۹,+۹)$ ✓

$y=\sqrt{\frac{۳x+۲}{x+b}}+a \Rightarrow x+b>0 \Rightarrow x>-b$ ② ⑦

$(۲,+\infty)$

$\frac{۳x+۲+ax+ab}{x+b}\geq 0 \Rightarrow \frac{(۳+a)x+۲+ab}{x+b}$

$۳+a=0 \Rightarrow a=-۳$ ✓

$\frac{۲+(-۲)(-۳)}{x-۲} \Rightarrow \frac{۲+۶}{x-۲} \Rightarrow \frac{۸}{x-۲}$

چون در تعیین علامت و هم صفر
دامنه‌ای که سوال داده یک ریشه در صورت
دارد و ریشه ی مخرج ۲
است

$|\, b=-۲ \,|$ ✓

$b=-۲$

Date: Sub:

⑧ ۲

$y=\sqrt{f(x)-x+1} \Rightarrow f(x)-x+1 \geq ۰ \Rightarrow f(x) \geq x-1$

$$f(x)=\begin{cases} ۲x-۱ & [x]>۴ \\ ۴x+۳ & [x]\leq ۴ \end{cases}$$

$۲x-۱ \geq x-۱$ $\qquad$ $۴x+۳ \geq x-۱$

$۳x \geq ۰$ $\qquad$ $۳x \geq -۴$

برقرار $\Leftarrow$ $x \geq ۰$ $\quad \cup \quad$ $x \geq \frac{-۴}{۳}$

$D_f=\left[\frac{-۴}{۳},+\infty\right)$ ✓

---

⑨ ۲

$$y=\frac{۲۴x^۳+۳۶x^۲+۱۸x+۳}{(۴x^۲+۴x+۱)^۲}=\frac{۳(۸x^۳+۱۲x^۲+۶x+۱)}{(۲x+۱)^۴}$$

$$\frac{۸\times۳(x+\frac{۱}{۲})^۳}{(۲x+۱)^۴}=\frac{۸\times۳(x+\frac{۱}{۲})^۳}{۱۶(x+\frac{۱}{۲})^۴}=\frac{۳}{۲(x+\frac{۱}{۲})}=\frac{۳}{۲x+۱}$$ ✓

$۲x+۱\neq۰ \Rightarrow x\neq-\frac{۱}{۲} \longrightarrow \mathbb{R}-\{-\frac{۱}{۲}\}=D_f$ ✓

---

⑩ ۲

$y=\sqrt{۱-\log(۲x-a)}$ $\qquad$ $(b,c]$

$۲x-a>۰ \Rightarrow x > \overset{b}{\boxed{\frac{a}{۲}}}$ ①

$۱-\log^{۲x-a} \geq ۰ \Rightarrow$

$۱ \geq \log^{۲x-a} \Rightarrow ۱۰ \geq ۲x-a$

$\Rightarrow \overset{c}{\boxed{\frac{۱۰+a}{۲}}} \geq x$ ②

①,② $\Rightarrow \left(\frac{a}{۲},\frac{۱۰+a}{۲}\right]$

$c-b=\frac{۱۰+a}{۲}-\frac{a}{۲} \Rightarrow$ ⑤ ✓